

Angewandte Geophysik

Gleichstrom-Geoelektrik

Stefan Hergarten

Institut für Geo- und Umweltwissenschaften
Albert-Ludwigs-Universität Freiburg



Grundidee

Messung von elektrischen Leitfähigkeiten bzw. Widerständen mit Hilfe künstlich erzeugter Felder

Hauptanwendungsgebiete

- Abgrenzung lithologischer Einheiten
- Bestimmung der Tiefenlage des Grundwasserspiegels und der Mächtigkeit von Grundwasserleitern
- Nachweis von Kluft- und Störungszonen
- Kontrolle der Dichtigkeit von Dämmen
- Auffinden und Abgrenzen von Altablagerungen
- Beobachtung der Schadstoffausbreitung
- Lokalisierung von potentiellen Gleitflächen (tonige Lagen oder andere wasserstauende Schichten) in rutschungsgefährdeten Hängen

Elektrisches Feld und Potential

Ein elektrisches Feld \vec{E} übt eine Kraft

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

auf eine Ladung q aus. Das elektrische Feld lässt sich durch den Gradienten des elektrischen Potentials U darstellen:

$$\vec{E}(\vec{x}) = -\nabla U(\vec{x}) = - \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} U(\vec{x}) \\ \frac{\partial}{\partial x_2} U(\vec{x}) \\ \frac{\partial}{\partial x_3} U(\vec{x}) \end{pmatrix}$$



$$\vec{F} = -q\nabla U(\vec{x})$$

Was ist die analoge Größe zu U für die Kräfte in einer Flüssigkeit?

Das Ohmsche Gesetz

In einem Leiter führt die Kraft auf Elektronen zu einer Driftgeschwindigkeit in Richtung der Kraft, die proportional zur Kraft ist. Diese resultiert in einer Stromdichte (Ladungsdichte \times Driftgeschwindigkeit)

$$\vec{j}(\vec{x}) = -\sigma \nabla U(\vec{x}).$$

Mit einer materialabhängigen Proportionalitätskonstante σ . Diese Beziehung heißt Ohmsches Gesetz (nach Georg Simon Ohm, 1789–1854).

- Was sind die Einheiten von \vec{j} und σ ?
- Wie lautet das analoge Gesetz für das Fließen von Wasser, und unter welchen Bedingungen gilt es?

Leitfähigkeit und Widerstand

Spezifische Leitfähigkeit σ

$$[\sigma] = \frac{1}{\Omega\text{m}} = \frac{\text{S}}{\text{m}}, \quad \Omega = \text{Ohm} = \frac{\text{V}}{\text{A}}, \quad \text{S} = \text{Siemens} = \frac{\text{A}}{\text{V}}$$

Spezifischer Widerstand $\rho = \frac{1}{\sigma}$

$$[\rho] = \Omega\text{m}$$

Leiter/Halbleiter	ρ [Ωm]
Kupfer	1.7×10^{-8}
Eisen	10^{-7}
Silizium	2300

Nichtleiter	ρ [Ωm]
Porzellan	10^{12}
Gummi	10^{13}
Quarzglas	7.5×10^{17}

Leitfähigkeit von Gesteinen und Böden

- Gesteinsbildende Minerale haben sehr geringe Leitfähigkeit.
- Erze haben teils deutlich höhere Leitfähigkeiten (metallische Leitung).
- Die Leitfähigkeit von reinem Wasser ist relativ gering, steigt aber durch gelöste Salze stark an:

Lösung	ρ [Ωm]
destilliertes Wasser	10000
Meerwasser	0.5
10 % Kupfersulfatlösung	0.3
10 % Kochsalzlösung	0.08
10 % Schwefelsäure	0.025
10 % Salzsäure	0.015

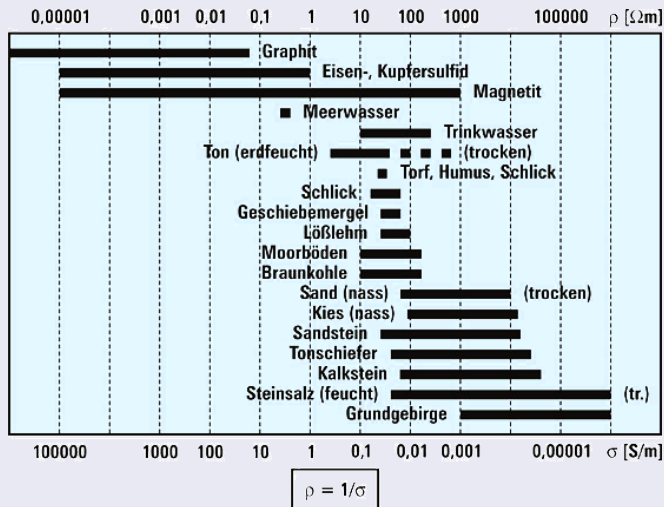
Leitfähigkeit von Gesteinen und Böden

Die Leitfähigkeit eines Gesteins oder Bodens hängt demnach stark ab von

- Porosität
- Wassersättigung
- Konnektivität des Porenraums
- „Reinheit“ des enthaltenen Wassers (hängt natürlich vom Gestein/Boden ab)

Vergleich mit der Abhängigkeit der hydraulischen Leitfähigkeit?

Leitfähigkeit von Gesteinen und Böden



Leitfähigkeit von Gesteinen und Böden

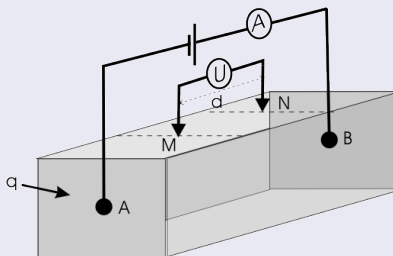
Material	ρ [Ωm]
Steinsalz	$10^5 - 10^7$
Sand trocken	10^5
Sand wasserges.	1000 – 10000
Quarzit	$3000 - 10^5$
Eis	$1000 - 10^5$
Granit	300 – 30000
Böden sandig	150 – 7000
Böden lehmig	50 – 9000
Böden tonig	20 – 4000

Material	ρ [Ωm]
Kalkstein	100 – 7000
Moore	30 – 700
glaziale Moränen	10 – 300
Tonschiefer	10 – 1000
Mergel	5 – 200
Lehme	3 – 300
Ton trocken	30 – 1000
Ton nass	1 – 30
Schluff	10 – 1000

Quelle: Beblo (Hrsg.), Umweltgeophysik

Grundidee der Gleichstrom-Geoelektrik

- 1 Zwei Einspeiseelektroden A und B werden in den Boden gesteckt, und eine Spannung angelegt, sodass ein Strom I von A nach B fließt.
- 2 Zwei Potentialsonden (auch Elektroden) M und N werden in den Boden gesteckt, und die Spannung U zwischen beiden gemessen.



Quelle: Schmidt et al., Die Erde: Der dynamische Planet (CD-ROM)

Analogie in der Grundwasserhydrologie?

Die Potentialgleichung

Die Ladungsdichte in einem Leiter bleibt überall konstant, daher gilt

$$\operatorname{div} \vec{j}(\vec{x}) = \frac{\partial}{\partial x_1} j_1(\vec{x}) + \frac{\partial}{\partial x_2} j_2(\vec{x}) + \frac{\partial}{\partial x_3} j_3(\vec{x}) = 0.$$

Hieraus folgt die Potentialgleichung

$$\operatorname{div} (\sigma \nabla U(\vec{x})) = 0.$$

Im Fall konstanter Leitfähigkeit σ reduziert sich dies auf

$$\operatorname{div} (\nabla U(\vec{x})) = \Delta U(\vec{x}) = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} U(\vec{x}) + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} U(\vec{x}) + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} U(\vec{x}) = 0.$$

Was sind die entsprechenden Analogien für einen Grundwasserleiter?

Lösungen der Potentialgleichung

Lösung für eine Punktquelle am Koordinatenursprung, an der ein Strom I eingespeist wird:

$$U(\vec{x}) = \frac{\rho I}{4\pi |\vec{x}|}$$

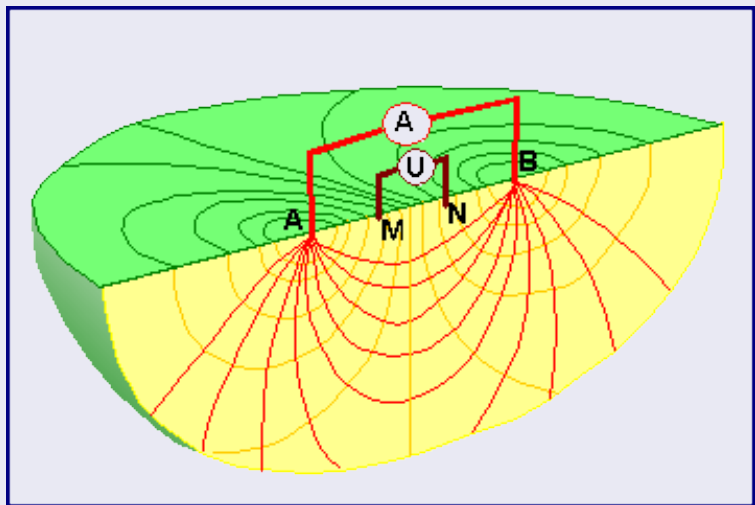
Lösung für eine Punktquelle am Ort \vec{x}_A , wenn sich der Strom nur in einem Halbraum verteilt:

$$U(\vec{x}) = \frac{\rho I}{2\pi |\vec{x} - \vec{x}_A|}$$

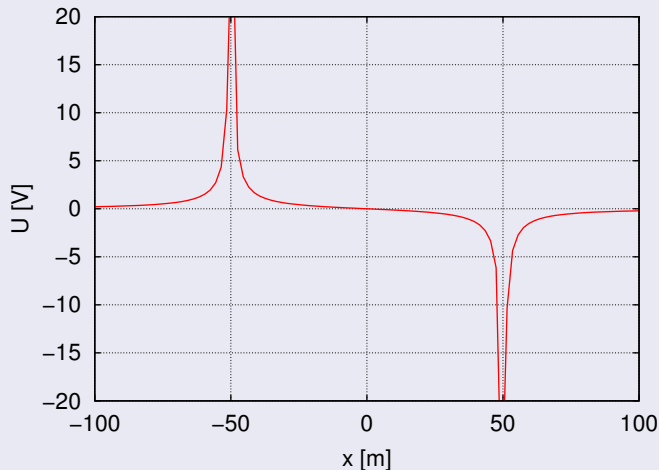
Lösung für Einspeisung von I am Ort \vec{x}_A und Entnahme von I am Ort \vec{x}_B :

$$\begin{aligned} U(\vec{x}) &= \frac{\rho I}{2\pi |\vec{x} - \vec{x}_A|} - \frac{I}{2\pi |\vec{x} - \vec{x}_B|} \\ &= \frac{\rho I}{2\pi} \left(\frac{1}{|\vec{x} - \vec{x}_A|} - \frac{1}{|\vec{x} - \vec{x}_B|} \right) \end{aligned}$$

Dipol-Einspeisung im homogenen Halbraum

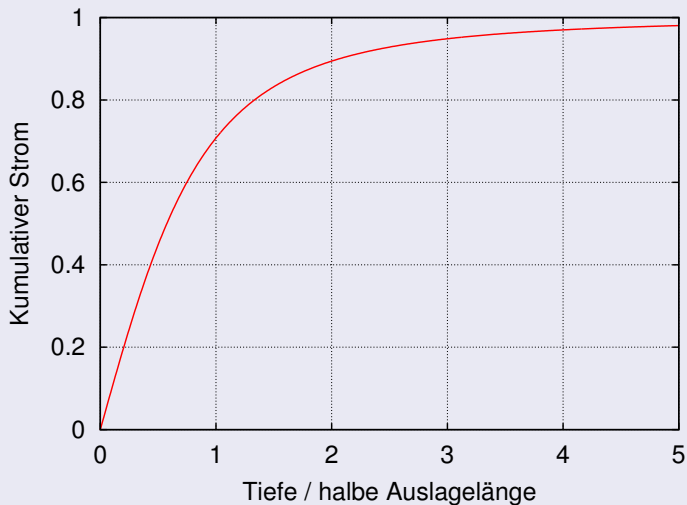


Potentialverlauf zwischen den Elektroden



$\rho = 1000 \Omega\text{m}$, $I = 100 \text{ mA}$, Elektrodenabstand = 100 m

Wie tief fließt der Strom?



Wie tief fließt der Strom?

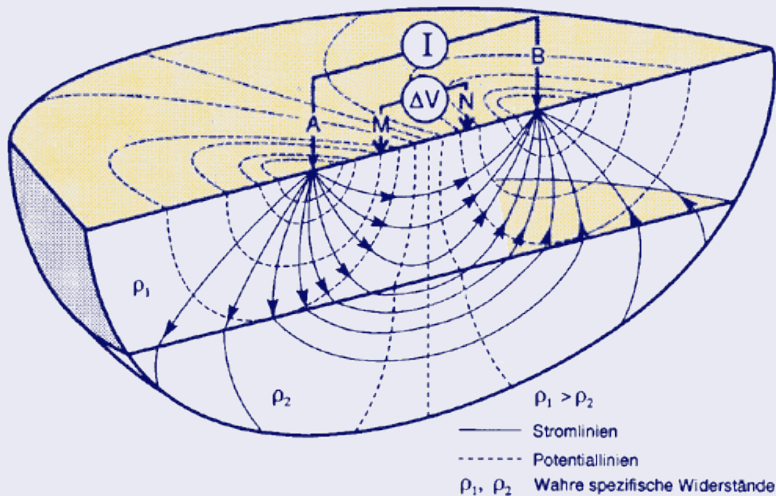
- Die Hälfte des Stroms dringt maximal bis zum 0.57-fachen der halben Auslagelänge ein.
- Der Mittelwert der vertikalen Stromverteilung ist gleich der halben Auslagelänge.

Faustregel: Typische Eindringtiefe liegt irgendwo zwischen diesen Werten.

Stromfluss in inhomogenen Medien

Anderer Stromverlauf: Strom nimmt bevorzugt den Weg über geringe Widerstände.

Beispiel: Zweischichtfall



Vierpunkt-Anordnungen

Spannung bei beliebiger Anordnung im homogenen Halbraum

Spannung zwischen M und N ist die Potentialdifferenz zwischen \vec{x}_M und \vec{x}_N :

$$\begin{aligned}U &= U(\vec{x}_M) - U(\vec{x}_N) \\&= \frac{\rho l}{2\pi} \left(\frac{1}{|\vec{x}_M - \vec{x}_A|} - \frac{1}{|\vec{x}_M - \vec{x}_B|} - \frac{1}{|\vec{x}_N - \vec{x}_A|} + \frac{1}{|\vec{x}_N - \vec{x}_B|} \right) \\&= \frac{\rho l}{2\pi} \left(\frac{1}{r_{MA}} - \frac{1}{r_{MB}} - \frac{1}{r_{NA}} + \frac{1}{r_{NB}} \right)\end{aligned}$$

mit den Abständen $r_{...}$ zwischen den Elektroden und Potentialsonden

Die Elektroden und Sonden liegen normalerweise auf einer Linie an der Erdoberfläche.

Der Geometriefaktor

Umgekehrt: Bestimmung des spezifischen Widerstands nach

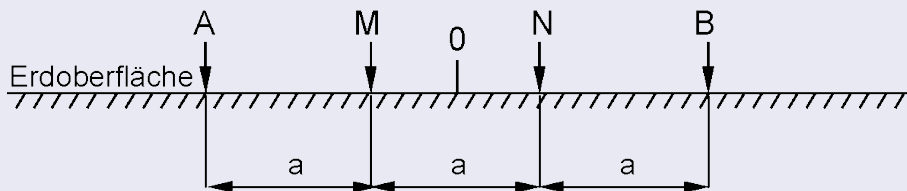
$$\rho = K \frac{U}{I}$$

mit dem von der Anordnung abhängigen Geometriefaktor

$$K = \frac{2\pi}{\frac{1}{r_{MA}} - \frac{1}{r_{MB}} - \frac{1}{r_{NA}} + \frac{1}{r_{NB}}}$$

Vierpunkt-Anordnungen

Wenner-Anordnung



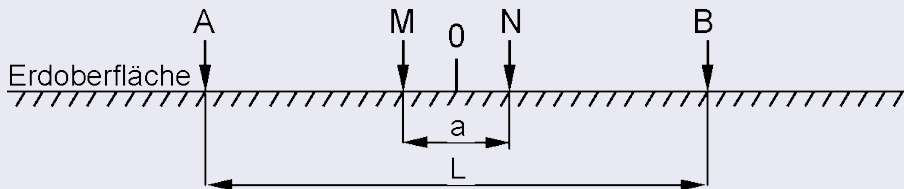
Quelle: Wikipedia

$$K = 2\pi a$$

Besonders geeignet für die horizontale Kartierung (a fest)

Vierpunkt-Anordnungen

Schlumberger-Anordnung



Quelle: Wikipedia

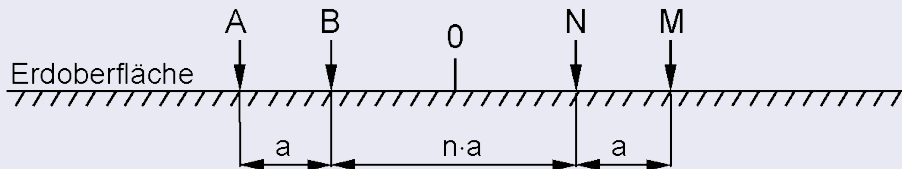
$$K = \frac{\pi (L^2 - a^2)}{4a} \approx \frac{\pi L^2}{4a} \quad \text{für } L \gg a$$

Besonders geeignet für die Tiefensondierung (a fest, L variabel)

Achtung: Manchmal wird L als die halbe Auslagelänge definiert!

Vierpunkt-Anordnungen

Dipol-Dipol-Anordnung



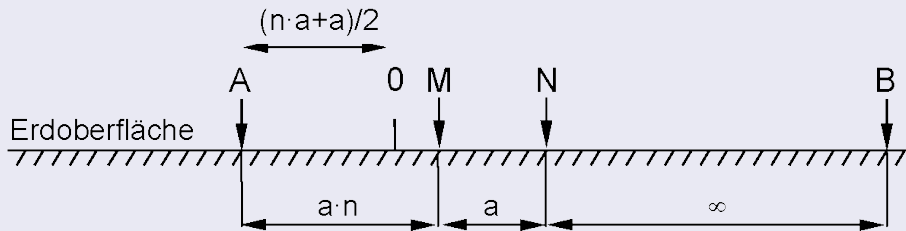
Quelle: Wikipedia

$$K = \pi n(n+1)(n+2) a$$

Besonders geeignet für die Untersuchung kleiner Strukturen

Vierpunkt-Anordnungen

Pol-Dipol-Anordnung



Quelle: Wikipedia

$$K = 2\pi n(n+1)a$$

Besonders geeignet für die Untersuchung horizontaler Kontraste

Scheinbarer Widerstand

In einem inhomogenen Medium wird

$$\rho_a = K \frac{U}{I}$$

als scheinbarer spezifischer Widerstand bezeichnet.

- ρ_a ist der spezifische Widerstand, den ein homogenes Medium bräuchte, um bei gleicher Anordnung der Elektroden und Sonden dasselbe Ergebnis zu liefern.
- ρ_a ist nicht der spezifische Widerstand in einer bestimmten Tiefe.
- Je größer der Elektrodenabstand ist, desto stärker tragen tiefe Bereiche zu ρ_a bei.

Auswertung: Skalierung

- Ändern wir $\rho(\vec{x})$ überall um denselben Faktor λ , so ändert sich ρ_a um denselben Faktor.
- Strecken oder stauchen wir die räumliche Ausdehnung (horizontal und vertikal) um einen Faktor λ , ändert sich bei gleichem Strom zwischen den Elektroden die gemessene Spannung zwischen den Sonden um den Faktor $\frac{1}{\lambda}$. Da sich der Geometriefaktor um λ verändert, bleibt ρ_a gleich.

Auswertung im Zweischichtfall

Zu bestimmen:

ρ_1 = spezifische Leitfähigkeit der oberen Schicht

ρ_2 = spezifische Leitfähigkeit des unteren Bereiches

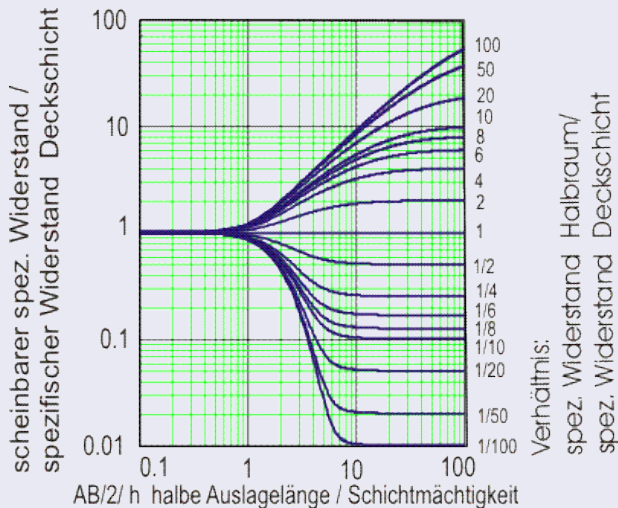
d = Schichtmächtigkeit

Gemessen wird ρ_a für verschiedene Auslagelängen L (Wenner, Schlumberger o. ä.).

- 1 ρ_1 wird bei kleinen Auslagen wie im homogenen Medium bestimmt.
- 2 Wegen der Skalierungseigenschaften hängt $\frac{\rho_a}{\rho_1}$ nur von $\frac{\rho_2}{\rho_1}$ und von $\frac{L}{d}$ ab.

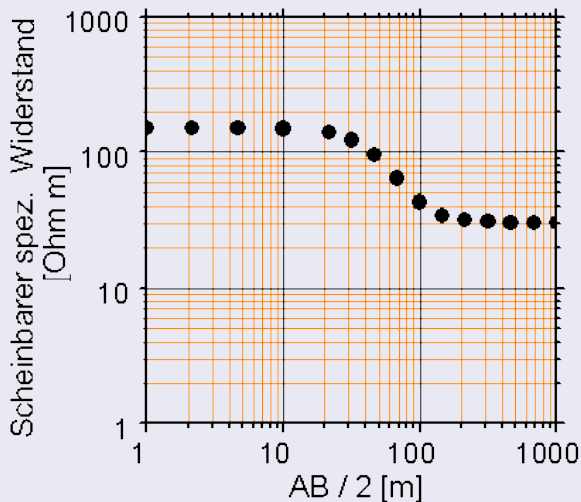
Vierpunkt-Anordnungen

Auswertung im Zweischichtfall



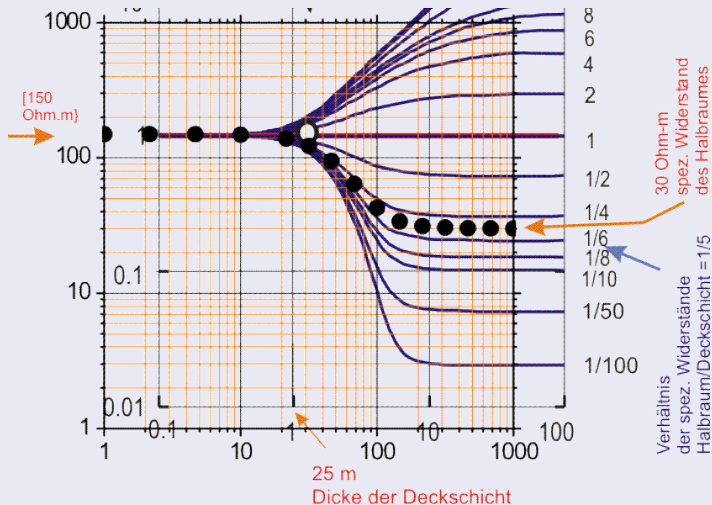
Vierpunkt-Anordnungen

Auswertung im Zweischichtfall



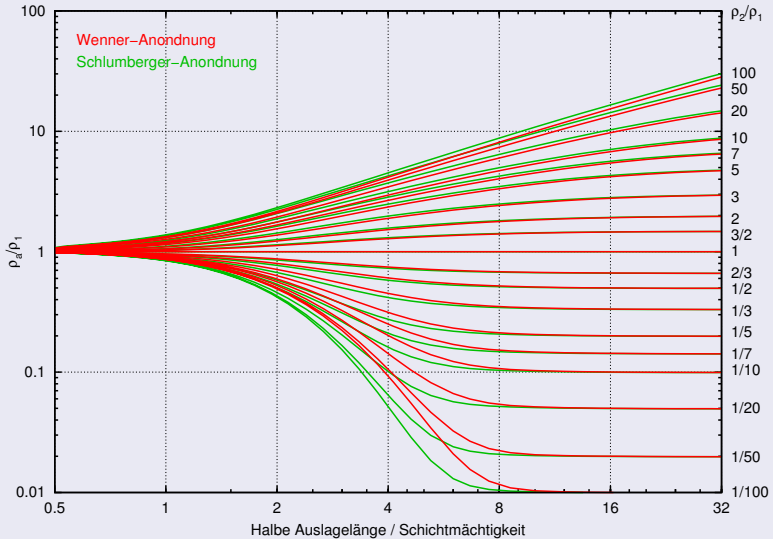
Vierpunkt-Anordnungen

Auswertung im Zweischichtfall



Vierpunkt-Anordnungen

Vergleich zwischen Wenner- und Schlumberger-Anordnung



Mehrschichtfall

Keine einfache Auswertung durch Vergleich mit einem Diagramm möglich.



Rechnerische Inversion erforderlich. Theoretische Sondierungskurven werden für verschiedene Schichtmächtigkeiten und -widerstände berechnet und die Konfiguration ermittelt, die die gemessene Sondierungskurve am besten reproduziert.

Mehrschichtfall

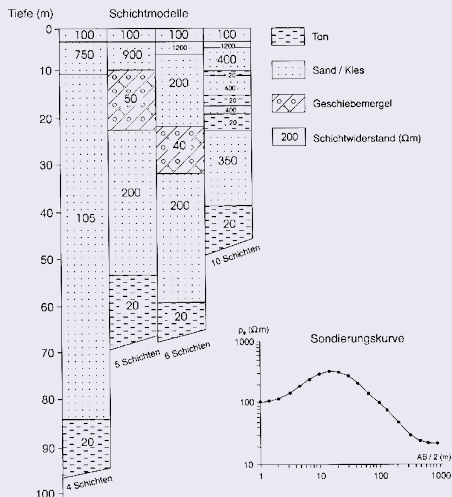
- Die oberste Schicht hat einen sehr starken Einfluss.
- In größerer Tiefe hat eine geringmächtige Schicht mit hohem Widerstandskontrast einen ähnlichen Effekt wie eine mächtigere Schicht mit geringerem Widerstandskontrast.
- Inversionen mit unterschiedlicher Anzahl von Schichten können zu deutlich verschiedenen Ergebnissen führen.



Quantitative Aussage ist oftmals nur mit Hilfe zusätzlicher Information (z. B. Seismik oder Bohrungen) möglich.

Vierpunkt-Anordnungen

Mehrschichtfall

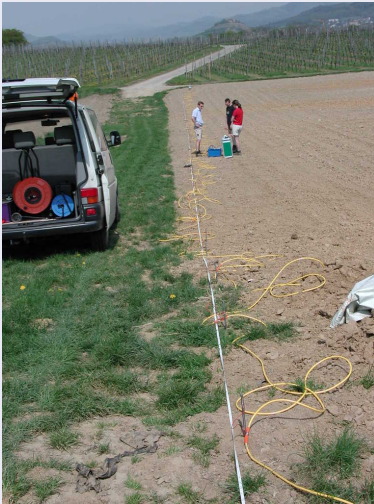


Funktionsprinzip

- Beliebig viele Elektroden werden entlang eines Profils oder auf einer Fläche verteilt.
- (Programmierbarer) Kanalwähler legt fest, welches Elektrodenpaar zur Stromspeisung und welches als Potentialsonden verwendet wird.
- Auch als geoelektrische Tomographie bezeichnet.

Multielektroden-Geoelektrik

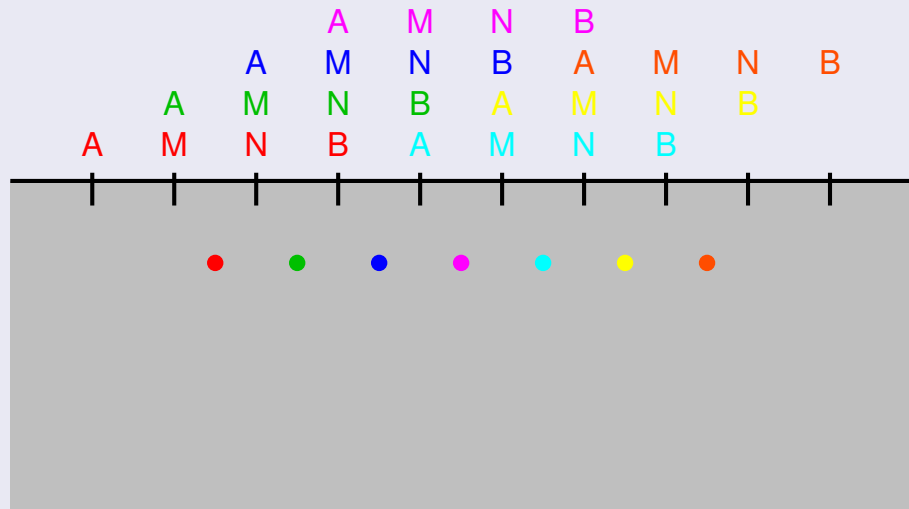
Beispiel für Aufbau und Geräte



Quelle: Lehrveranstaltungs-Unterlagen A. Henk

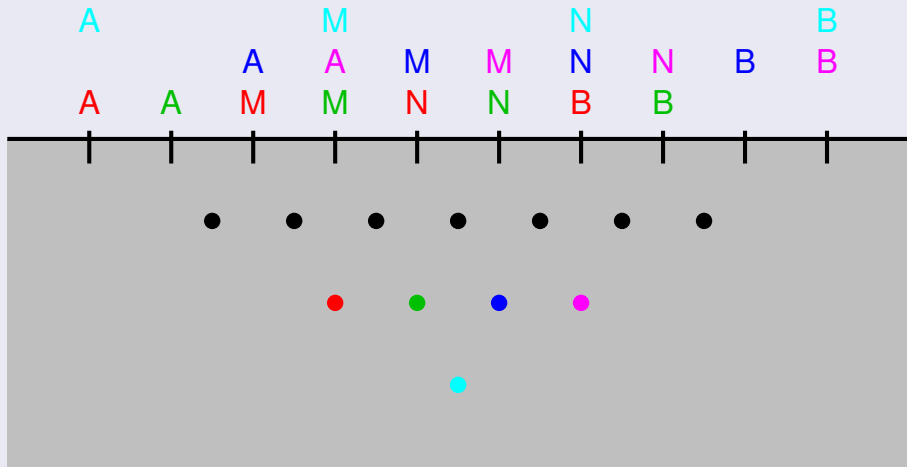
Multielektroden-Geoelektrik

Auswertung mittels Pseudosektionen



Multielektroden-Geoelektrik

Auswertung mittels Pseudosektionen



Auswertung mittels Pseudosektionen

ρ_a wird jeweils in der Mitte zwischen A und B in einer Pseudo-Tiefe eingetragen, die irgendwie der Eindringtiefe entsprechen soll, z. B. dem Abstand der Potentialsonden beim Wenner-Schema.

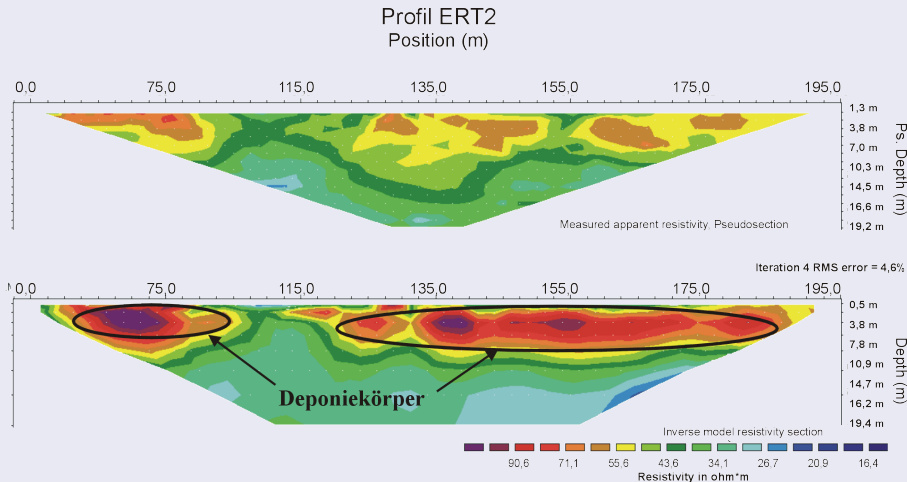
Pseudosektion gibt einen ersten Eindruck von der Untergrundstruktur, aber

- die dreidimensionale Struktur wird nicht berücksichtigt,
- die Pseudotiefe ist nicht die echte Tiefe, und
- ρ_a ist nicht der spezifische Widerstand an einer bestimmten Stelle, sondern eine Art Mittelwert über einen größeren Bereich.

Die Erstellung eines Widerstandsmodells für den Untergrund erfordert wieder eine rechnerische Inversion.

Multielektroden-Geoelektrik

Beispiel: Inversion einer Pseudosektion



Quelle: TRICON GmbH

Elektroden und Potentialsonden

Prinzipiell sind beide gleich. Kriterien:

Übergangswiderstand zum Untergrund soll möglichst gering sein. Wie kann man ggfs. nachhelfen?

Kontaktspannungen beim Übergang sollen möglichst gering sein, speziell bei den Potentialsonden.

- Verwendung von unpolarisierbaren Elektroden: Meist Cu-Stab in CuSO_4 -Lösung in porösem Tonzylinder.
- Bei modernen Geräten sind auch einfache Edelstahlspieße verwendbar.

Welche Anordnung ist am wenigsten anfällig gegen Kontaktspannungen?

Steuergerät

- Stromquelle,
- Spannungsmesser und
- Kanalwähler (für Multielektroden-Anlagen)

sind normalerweise in einem Gerät untergebracht.

Leistung bis zu ca. 1000 W je nach Größe des Geräts

Ströme meist zwischen 10 mA und 1 A

Spannungen bis zu mehreren 1000 V

Stromarten: reiner Gleichstrom, niederfrequenter Wechselstrom oder gepulster Gleichstrom wechselnder Polarität (wozu?)