

# Seismologie

Stefan Hergarten

Institut für Geo- und Umweltnaturwissenschaften  
Albert-Ludwigs-Universität Freiburg



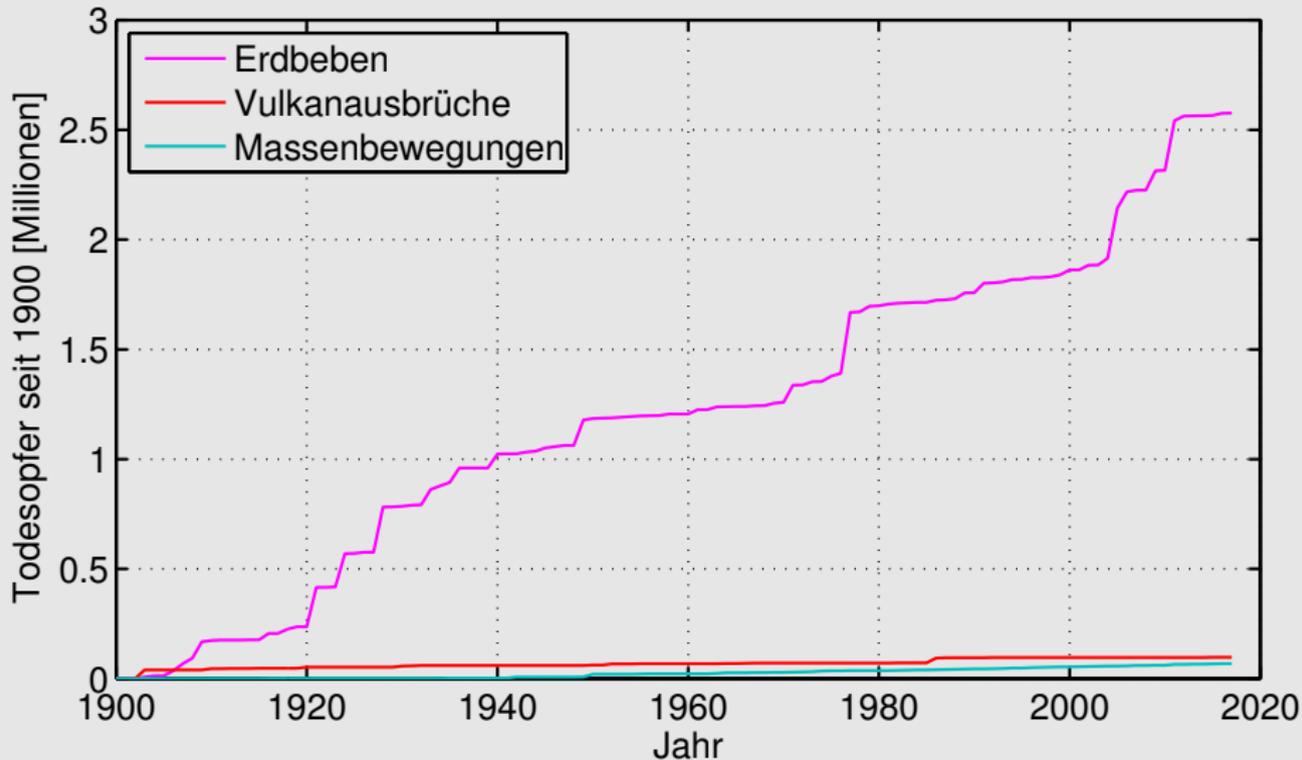
## Seismologie

- Alles zu Erdbeben und zur Ausbreitung seismischer Wellen.
- Größtes Fachgebiet der Geophysik der festen Erde (Institute, Publikationen).
- Liefert den Großteil der verfügbaren Informationen über das Erdinnere.

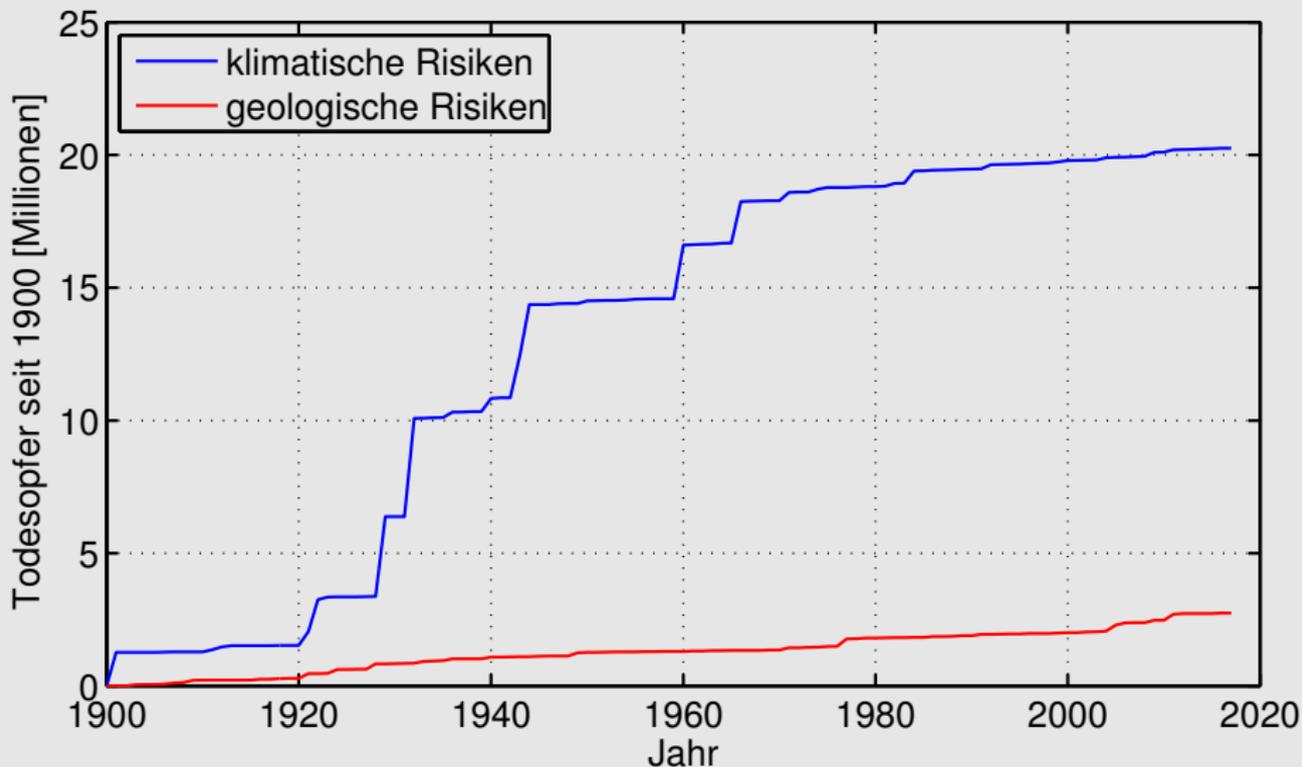
## Seismik

- Erkundung der oberflächennahen und tiefen Untergrunds mittels künstlich erzeugter seismischer Wellen.
- Größtes Fachgebiet der angewandten Geophysik

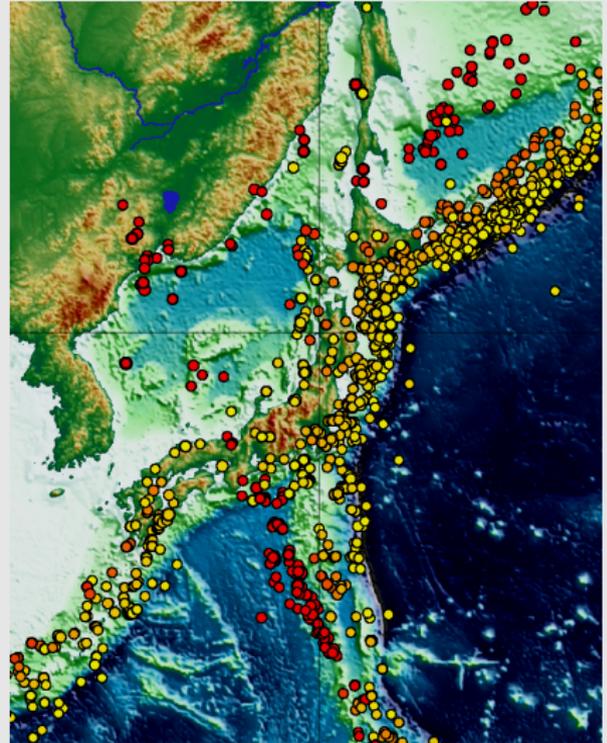
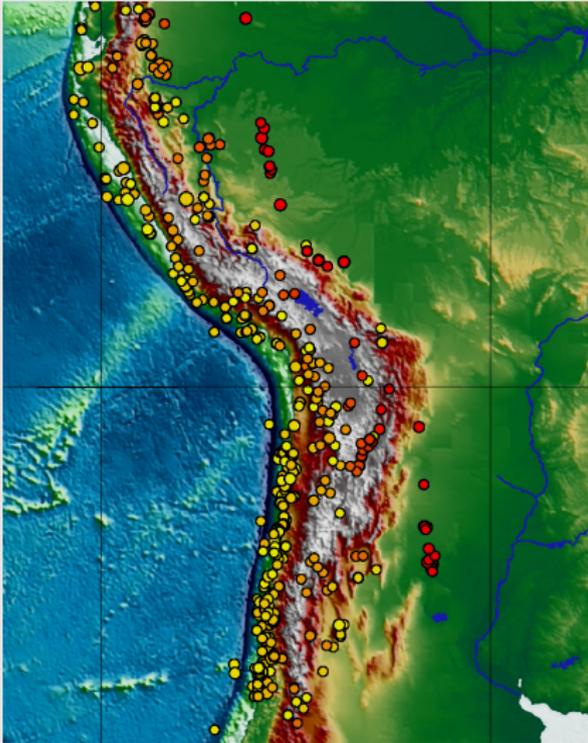
## Erdbeben als Naturgefahr



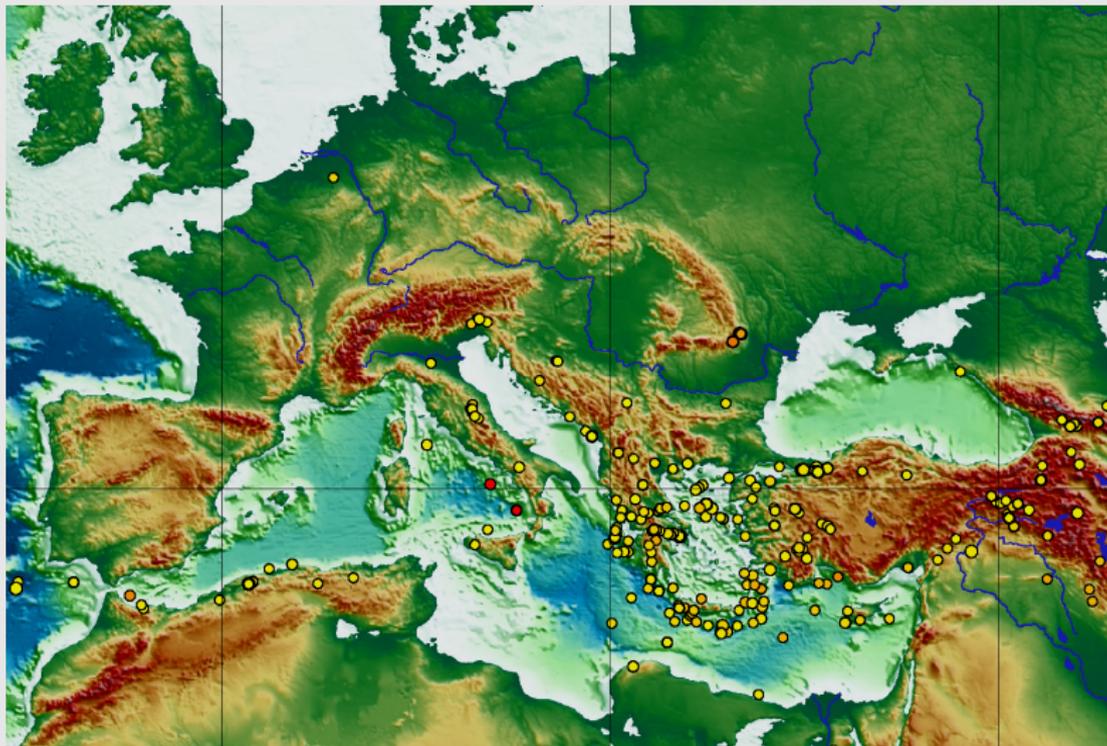
## Erdbeben als Naturgefahr



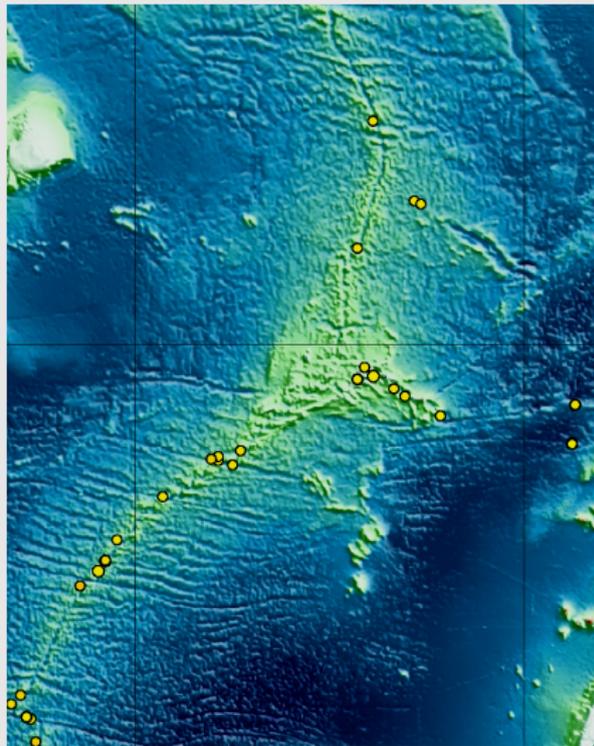
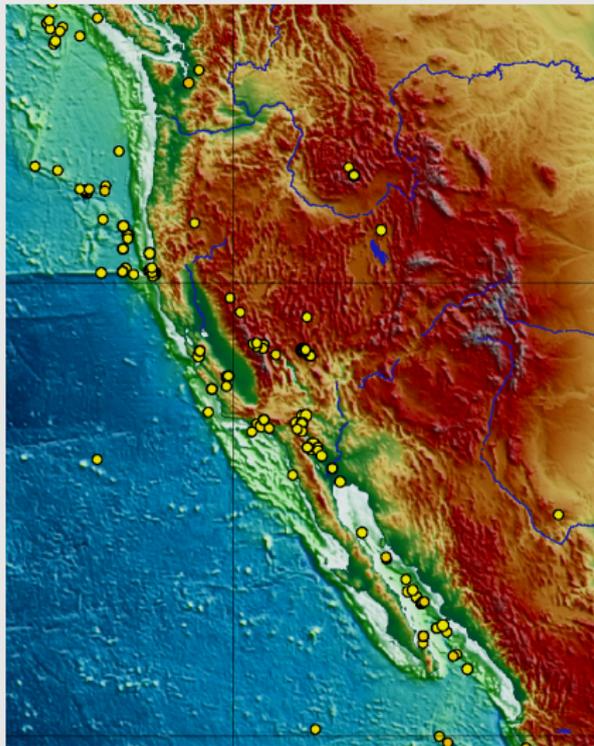
## Räumliche Verteilung von Erdbeben



## Räumliche Verteilung von Erdbeben



## Räumliche Verteilung von Erdbeben



## Das erste „Seismometer“ (132 a.D.)



## Geschichte der Seismologie

1660	Grundgesetz der Elastizität	R. Hooke
1821–22	Differentialgleichungen der elastischen Deformation	C. Navier A. L. Cauchy
1830	Theorie der Grundtypen elastischer Wellen (P- und S-Welle)	S. D. Poisson
1875	erstes „echtes“ Seismometer	F. Gecchi
1887	Theorie des ersten Grundtyps von Oberflächenwellen	J. W. Strutt (3. Lord Rayleigh)
1889	Registrierung eines weit entfernten Erdbebens	
1892	erstes kompaktes Seismometer, an etwa 40 Stationen eingesetzt	J. Milne
1894	statische Gesetzmäßigkeit für Nachbeben	F. Omori
1903	10-teilige Skala für die Intensität von Erdbeben auf Basis der Auswirkungen	G. Mercalli

## Geschichte der Seismologie

1906–13	Entdeckung des flüssigen Erdkerns und Bestimmung seiner Größe	R. D. Oldham, B. Gutenberg
1909	Entdeckung der Kruste-Mantel-Grenze	A. Mohorovičić
1911	Theorie des zweiten Grundtyps von Oberflächenwellen	A. E. H. Love
1935	Lokalmagnitude als instrumentell bestimmbares Maß der Erdbebenstärke	C. F. Richter
1936	Entdeckung des inneren, festen Erdkerns	I. Lehmann
1954	Häufigkeitsverteilung von Erdbeben (Anzahl vs. Magnitude)	B. Gutenberg, C. F. Richter
1975	erfolgreiche Kurzzeit-Vorhersage eines starken Erdbebens	
1977	Momenten-Magnitude zur Charakterisierung starker Erdbeben	H. Kanamori

## Seismische Wellen

- Räumlich und zeitliche veränderliche elastische Deformation eines festen Mediums
- Kann auch als Ausbreitung von Schallwellen in Festkörpern angesehen werden.
- Komplizierter als die Ausbreitung von Schallwellen in Flüssigkeiten und Gasen.

## Hooke's Gesetz

**Einfachste Form:** Deformation  $\epsilon$  ist proportional zur Spannung  $\sigma$ .

**Gültigkeit:** in Gesteinen nur für sehr kleine Deformationen  $\epsilon \lesssim 10^{-3}$

**Allgemeine Form für ein isotropes, elastisches Medium:**

$$\sigma = \lambda \operatorname{tr}(\epsilon) \mathbf{1} + 2\mu \epsilon$$

mit

$\sigma$  = Spannungstensor (selbstadjungierte Abbildung des  $\mathbb{R}^3$  bzw. symmetrische  $3 \times 3$ -Matrix)

$\epsilon$  = Verzerrungstensor (Strain Tensor, selbstadjungierte Abbildung des  $\mathbb{R}^3$  bzw. symmetrische  $3 \times 3$ -Matrix)

$\mathbf{1}$  = Identitätsabbildung des  $\mathbb{R}^3$  bzw.  $3 \times 3$ -Einheitsmatrix

$\operatorname{tr}$  = Spur (Summe der Diagonalelemente)

$\lambda, \mu$  = Lamé-Parameter des Mediums [Pa]

## Verschiebungsfeld und Verzerrungstensor

Beschreibe inhomogene Deformation durch Verschiebungsfeld  $\vec{u}(\vec{x}, t)$ :  
Teilchen, welches sich zur Zeit 0 (Spannungsfreier Ruhezustand) am Ort  $\vec{x}$   
befand, befindet sich zur Zeit  $t$  am Ort  $\vec{x} + \vec{u}(\vec{x}, t)$ .



Komponenten des Verzerrungstensors für kleine Deformation:

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

## Die Navier-Cauchy-Gleichungen

Kombinierere Newtons's Gesetz (Kraft = Masse  $\times$  Beschleunigung) mit Hooke's Gesetz.



$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \sum_{j=1}^3 \left( \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \lambda \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \right) \right) + \dots$$

- $+\dots =$  Gravitation, Fluiddruck in porösem Medium, ...
- Navier-Cauchy-Gleichungen bilden die Grundlage der gesamten Gesteins- und Bodenmechanik.
- Meist werden stationäre Lösungen ( $\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = 0$ ) betrachtet.
- Instationäre Lösungen: Ausbreitung seismischer Wellen
- Analytische Lösungen sind nur für wenige Spezialfälle möglich.

## Eindimensionale Wellenausbreitung in homogenen Medien

- Verschiebungsfeld  $u(x, t)$  statt  $\vec{u}(\vec{x}, t)$
- $\rho$ ,  $\lambda$  und  $\mu$  sind konstant.



$$\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} u(x, t) = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x, t)$$

Lösung:

$$u(x, t) = f(t - sx)$$

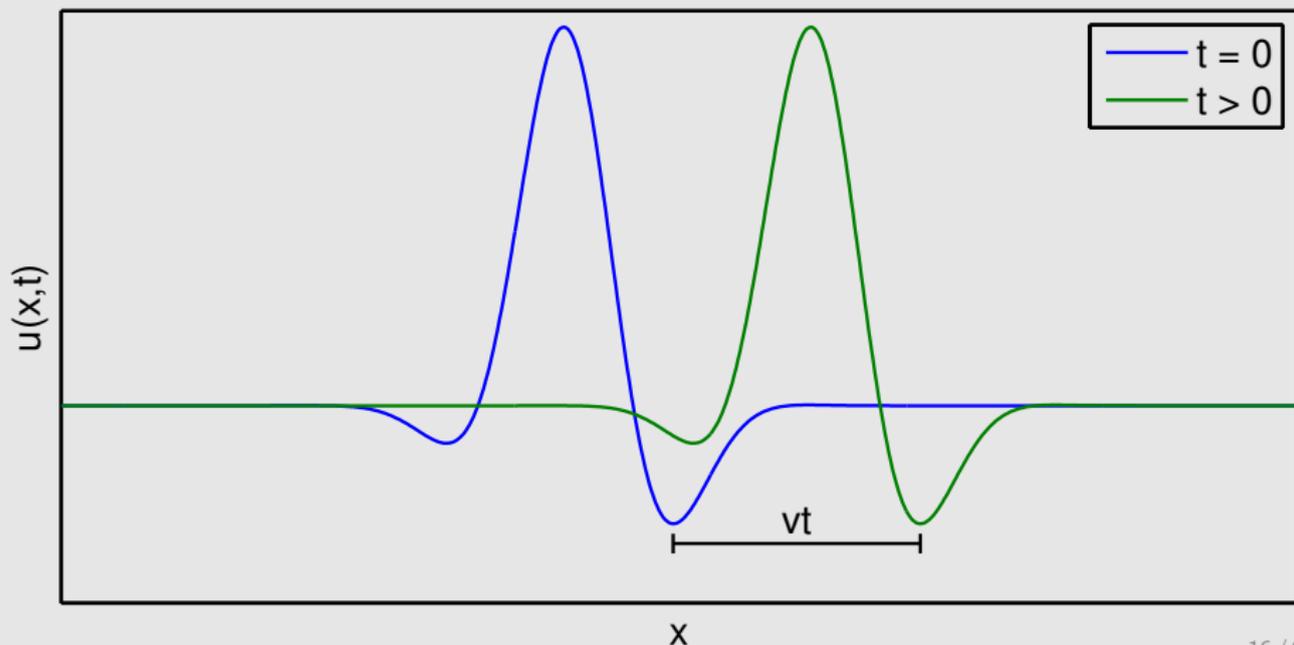
mit

$f$  = beliebige Funktion, welche die Wellenform beschreibt

$$s = \pm \sqrt{\frac{\rho}{\lambda + 2\mu}} = \text{Langsamkeit}$$

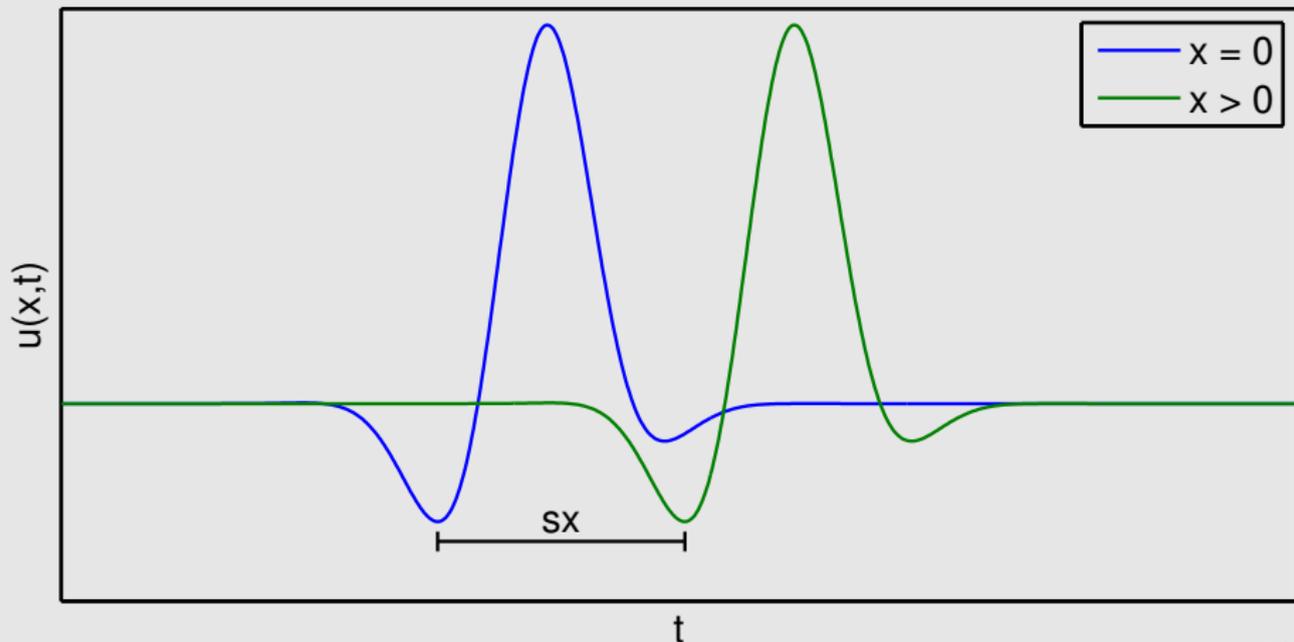
## Eindimensionale Wellenausbreitung in homogenen Medien

Welle bewegt sich mit der Geschwindigkeit  $v = \frac{1}{s}$  nach rechts (also nach links wenn  $s < 0$ ).



## Eindimensionale Wellenausbreitung in homogenen Medien

$\tau = t - sx$  heißt **retardierte Zeit**: Was jetzt ( $t$ ) am Ort  $x$  ist, war zur Zeit  $\tau$  bei  $x = 0$  ( $u(x, t) = u(0, \tau)$ ).



## Harmonische Wellen

Spezielle Form der Funktion  $f$ :

$$f(\tau) = a \cos(\omega\tau) + b \sin(\omega\tau)$$

oder mit der komplexen Exponentialfunktion

$$f(\tau) = A e^{i\omega\tau}$$

liefert eine harmonische Welle mit der Kreisfrequenz  $\omega$  und der Amplitude  $\sqrt{a^2 + b^2}$  bzw.  $|A|$ .

## Harmonische Wellen

Argument der Cosinus-, Sinus- bzw. komplexen Exponentialfunktion lässt sich darstellen als

$$\omega T = \omega(t - sx)$$

$$= \omega t - kx$$

mit  $k = \omega s =$  Wellenzahl  $[\frac{1}{m}]$

$$= \omega t - 2\pi \frac{x}{L}$$

mit  $L = \frac{2\pi}{k} =$  Wellenlänge [m]

$$= 2\pi \left( \nu t - \frac{x}{L} \right)$$

mit  $\nu = \frac{\omega}{2\pi} =$  Frequenz  $[\frac{1}{s}]$

$$= 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{L} \right)$$

mit  $T = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi}{\omega} =$  Periode [s]

## Ebene Wellen in 3D

- Beliebige Ausbreitungsrichtung
- $\vec{u}(\vec{x}, t)$  ist konstant auf Ebenen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung.



$$\vec{u}(\vec{x}, t) = f(t - \vec{s} \cdot \vec{x}) \vec{a}$$

mit

$\vec{s}$  = Vektor der Langsamkeit

$\vec{a}$  = Amplitudenvektor (konstant)

Die Welle bewegt sich in Richtung von  $\vec{s}$  mit der Geschwindigkeit  $v = \frac{1}{|\vec{s}|}$ .

## Ebene Wellen in 3D

Einsetzen in die Navier-Cauchy-Gleichungen für ein homogenes Medium ( $\lambda, \mu$  konstant),

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \sum_{j=1}^3 \left( (\lambda + \mu) \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \right)$$



$$\rho \vec{a} = (\lambda + \mu) (\vec{a} \cdot \vec{s}) \vec{s} + \mu |\vec{s}|^2 \vec{a}$$

Geht nur, wenn  $\vec{a}$  parallel (der entgegengesetzt) zu  $\vec{s}$  ist oder senkrecht auf  $\vec{s}$  steht ( $\vec{a} \cdot \vec{s} = 0$ ).

## Longitudinal polarisierte ebene Wellen

$\vec{a}$  ist parallel oder entgegengesetzt zu  $\vec{s}$ .



$$(\vec{a} \cdot \vec{s}) \vec{s} = |\vec{s}|^2 \vec{a}$$

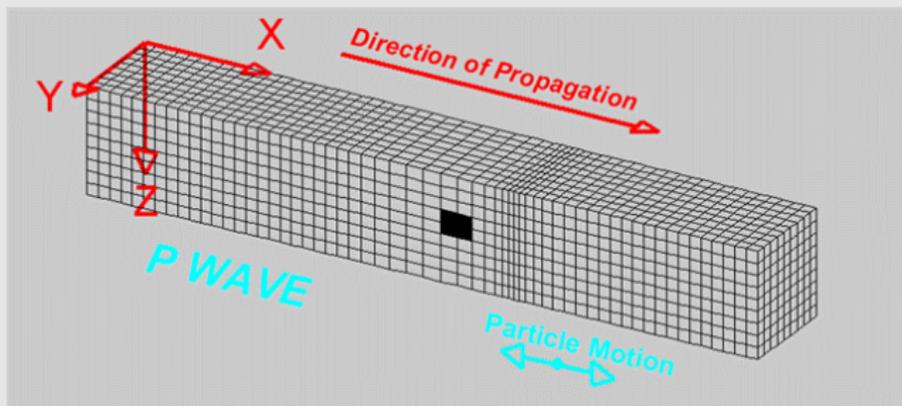


$$\rho = (\lambda + 2\mu) |\vec{s}|^2$$



$$|\vec{s}| = \sqrt{\frac{\rho}{\lambda + 2\mu}}, \quad v = \frac{1}{|\vec{s}|} = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$$

## Longitudinal polarisierte ebene Wellen



Quelle: L. Braile, Purdue University

Deformationsmodus: uniaxiale Kompression (ohne Querausdehnung)



Longitudinal polarisierte Welle wird auch als Kompressionswelle bezeichnet.

## Transversal polarisierte ebene Wellen

$\vec{a}$  steht senkrecht auf  $\vec{s}$  ( $\vec{a} \cdot \vec{s} = 0$ )

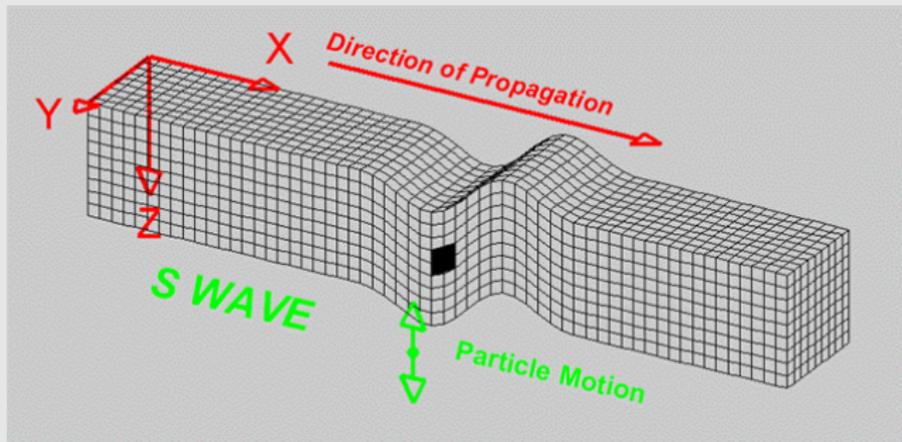


$$\rho = \mu |\vec{s}|^2$$



$$|\vec{s}| = \sqrt{\frac{\rho}{\mu}}, \quad v = \frac{1}{|\vec{s}|} = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

## Transversal polarisierte ebene Wellen



Quelle: L. Braile, Purdue University

Deformationsmodus: einfache Scherung



Transversal polarisierte Welle wird auch als Scherwelle bezeichnet.

## Vergleich mit Schallwellen in Flüssigkeiten und Gasen

Die Kompressionswelle ist ähnlich zu Schallwellen in Flüssigkeiten, während sich in Flüssigkeiten und Gasen keine Scherwellen ausbreiten können.

## Seismische Geschwindigkeiten

Medium	Kompressionswelle [ $\frac{\text{km}}{\text{s}}$ ]	Scherwelle [ $\frac{\text{km}}{\text{s}}$ ]
Luft	0.34	–
Wasser	1.45	–
Holz	$\approx 3$	$\approx 1.8$
feste Erde*	5.8–13.7	3.4–7.2

\* Parametric Earth Models (PEM), nicht im oberflächennahen Bereich

## Seismische Geschwindigkeiten

$$\lambda \geq -\frac{2}{3}\mu \quad \rightarrow \quad \frac{v_{\text{Kompr.}}}{v_{\text{Scherw.}}} = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\mu}} \geq \sqrt{\frac{4}{3}} \approx 1.15$$



Kompressionswelle kommt immer früher als die Scherwelle an.



- Kompressionswelle heißt auch Primärwelle oder P-Welle, Geschwindigkeit  $v_p$ .
- Scherwelle heißt auch Sekundärwelle oder S-Welle, Geschwindigkeit  $v_s$ .

## Seismische Geschwindigkeiten

Typische  $v_p$ - $v_s$ -Verhältnisse:

Festgestein:

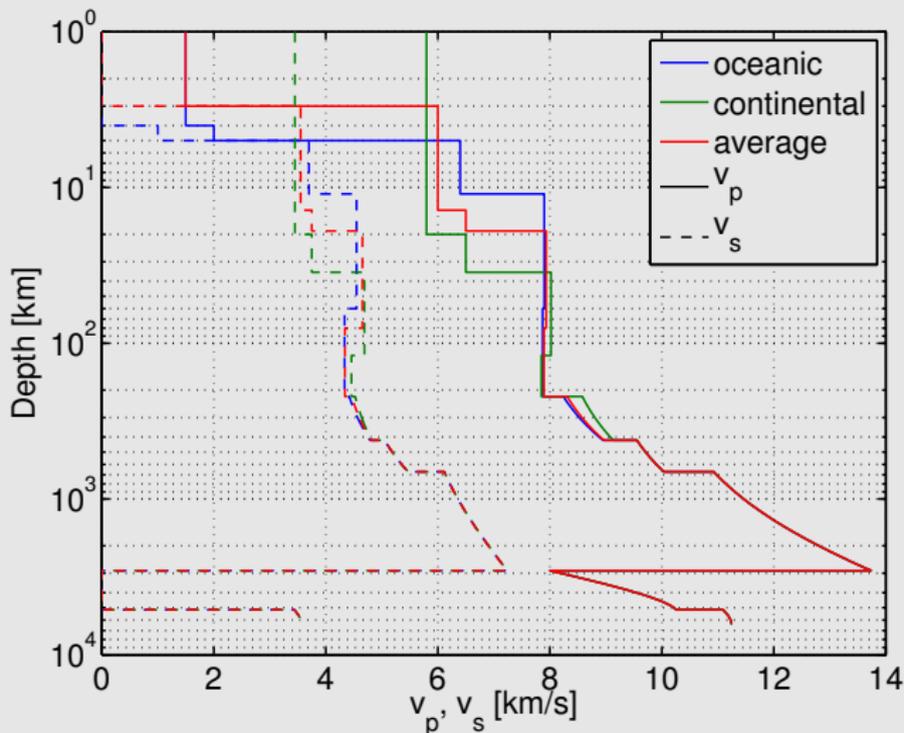
$$\frac{v_p}{v_s} = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\mu}} \approx \sqrt{3} \approx 1.7$$

für  $\lambda \approx \mu$ .

Lockergestein und Böden:

$$\frac{v_p}{v_s} \approx 2.5$$

## Seismische Geschwindigkeiten im Erdinneren



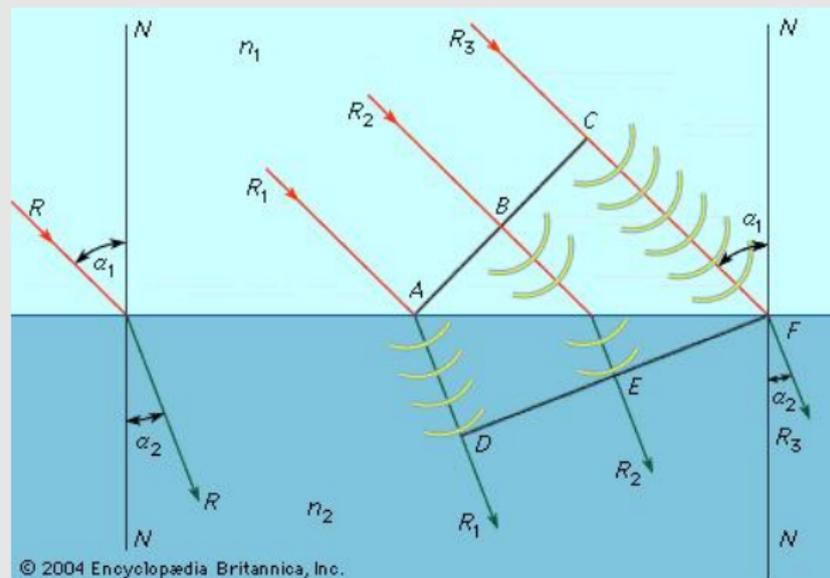
## Typische P-Wellen-Geschwindigkeiten in der Erdkruste

Medium	$v_p$ [ $\frac{\text{km}}{\text{s}}$ ]
Verwitterungszone	0.1–0.5
Sand (trocken)	0.3–0.6
Sand (wassergesättigt)	1.3–1.8
Sandstein	1.8–4
Steinkohle	1.6–1.9

Medium	$v_p$ [ $\frac{\text{km}}{\text{s}}$ ]
Ton	1.2–2.8
Tonstein	2.2–4.2
Kalkstein	3–6
Halit	4.5–6.5
Granit	5–6.5

## Reflexion und Brechung

Einfachster Fall: ebene Wellen in zwei homogenen, isotropen Halbräumen mit unterschiedlichen Eigenschaften ( $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\rho$ )



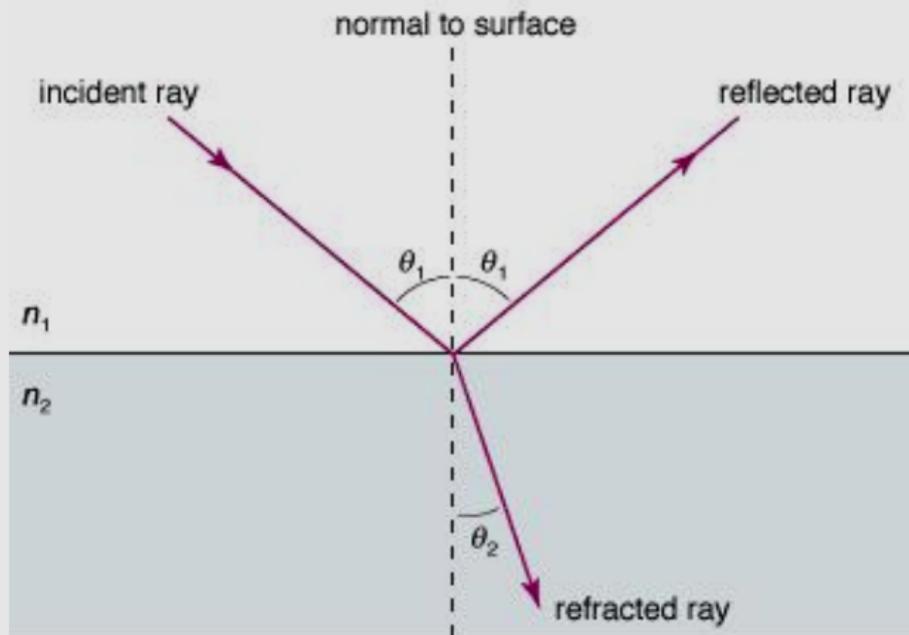
© 2004 Encyclopædia Britannica, Inc.

Quelle: Encyclopædia Britannica

Brechungsgesetz:

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{v_1}{v_2}$$

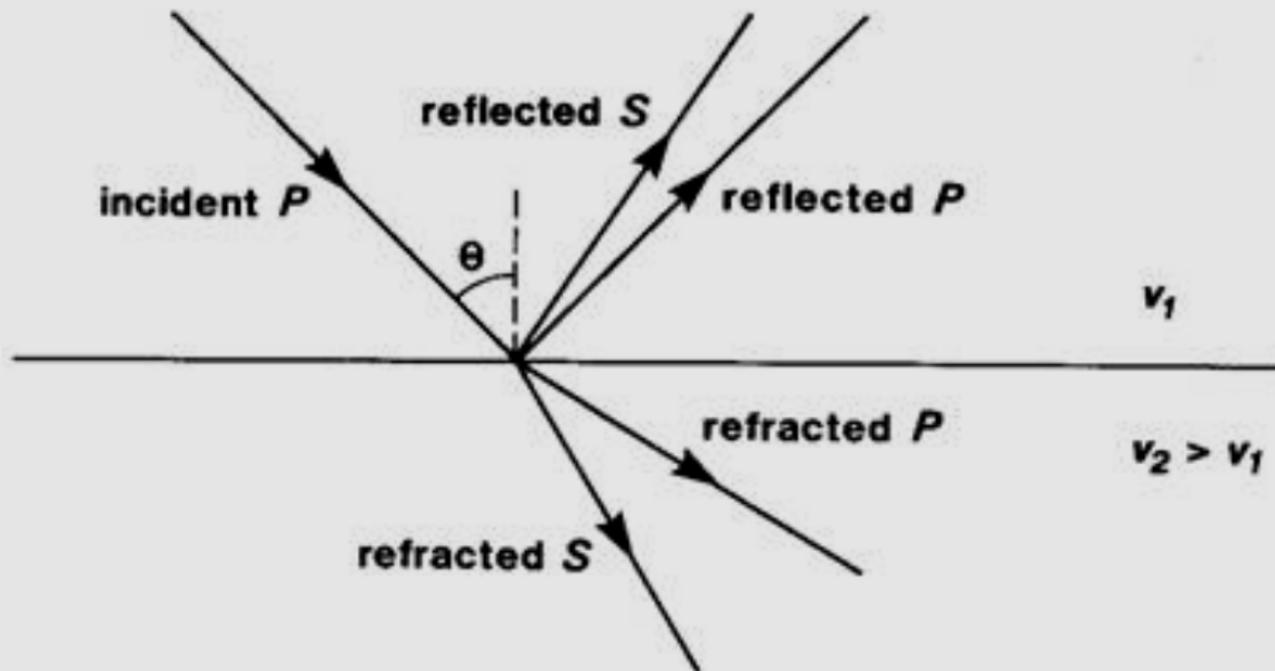
## Reflexion und Brechung



© 2006 Encyclopædia Britannica, Inc.

Quelle: Encyclopaedia Britannica

## Reflexion und Brechung



Quelle: University College London

## Reflexion und Brechung

P- und S-Wellen mischen sich bei Reflexion und Brechung.



Jede einfallende Welle erzeugt bis zu 4 reflektierte oder gebrochene Wellen.

Das Brechungsgesetz gilt für jedes Paar beteiligter Wellen.



Die horizontale Langsamkeit

$$s_h = \frac{\sin \alpha}{v} = s \sin \alpha$$

ist für alle beteiligten Wellen dieselbe.

## Reflexion und Brechung

Allgemeine Form des Brechungsgesetzes:

Die horizontale Langsamkeit bleibt bei Brechung und Reflexion konstant.

- Die horizontale Geschwindigkeit bleibt nicht konstant!
- Die Erhaltung der horizontalen Langsamkeit ist der Hauptgrund, warum in der Seismologie der Begriff der Langsamkeit gegenüber der Geschwindigkeit bevorzugt wird.
- Die Berechnung der Amplituden ist kompliziert und nicht durch einfache Gesetzmäßigkeiten beschreibbar.

## Polarisation von S-Wellen

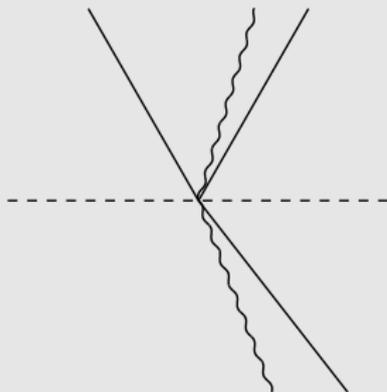
- Die Richtung der Partikelbewegung ist bei P-Wellen eindeutig durch die Ausbreitungsrichtung festgelegt.
- Bei S-Wellen erfolgt die Partikelbewegung in irgendeiner Richtung senkrecht zur Ausbreitungsrichtung. Spezialfälle:
  - Horizontal polarisiert** (SH-Welle): Partikelbewegung in der Ebene der Grenzfläche
  - Vertikal polarisiert** (SV-Welle): Partikelbewegung senkrecht zu der der SH-Welle

## Reflexion und Brechung

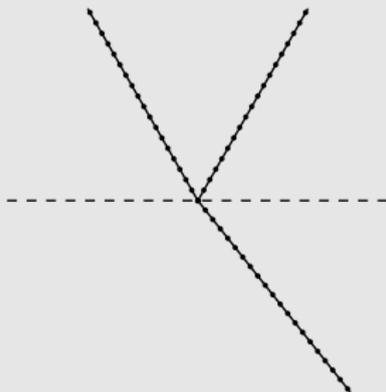
Die Umwandlung von Wellen und die Amplituden hängen von der Polarisation der beteiligten S-Wellen ab.

- P- und SV-Wellen mischen sich.
- SH-Welle ist unabhängig von P- und SV-Wellen.

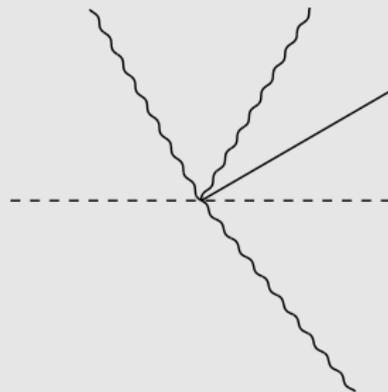
einfallende P-Welle



einfallende SH-Welle



einfallende SV-Welle



## Wellenausbreitung bei kontinuierlicher Variation der Geschwindigkeit

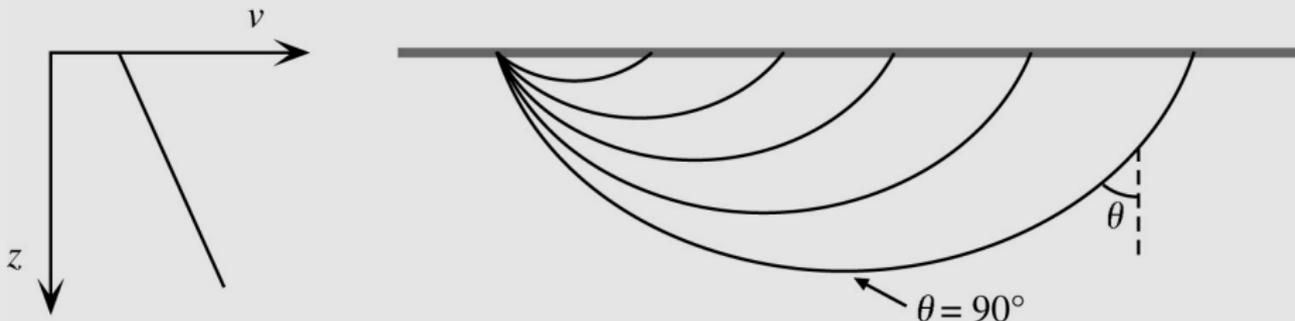
- Ausbreitungsrichtung ( $\vec{s}$ ) ändert sich kontinuierlich.
- Wellenfronten sind nicht mehr parallel.
- Strahlenoptik (mit kontinuierlich gekrümmten Strahlen = Ausbreitungsrichtung) ist anwendbar, wenn die Wellenlänge klein ist.
- Keine Reflexion und keine Umwandlung zwischen P- und S-Wellen.
- Horizontale Langsamkeit bleibt entlang eines Strahls konstant.



Kontinuierliche Brechung in Richtung geringerer Geschwindigkeit

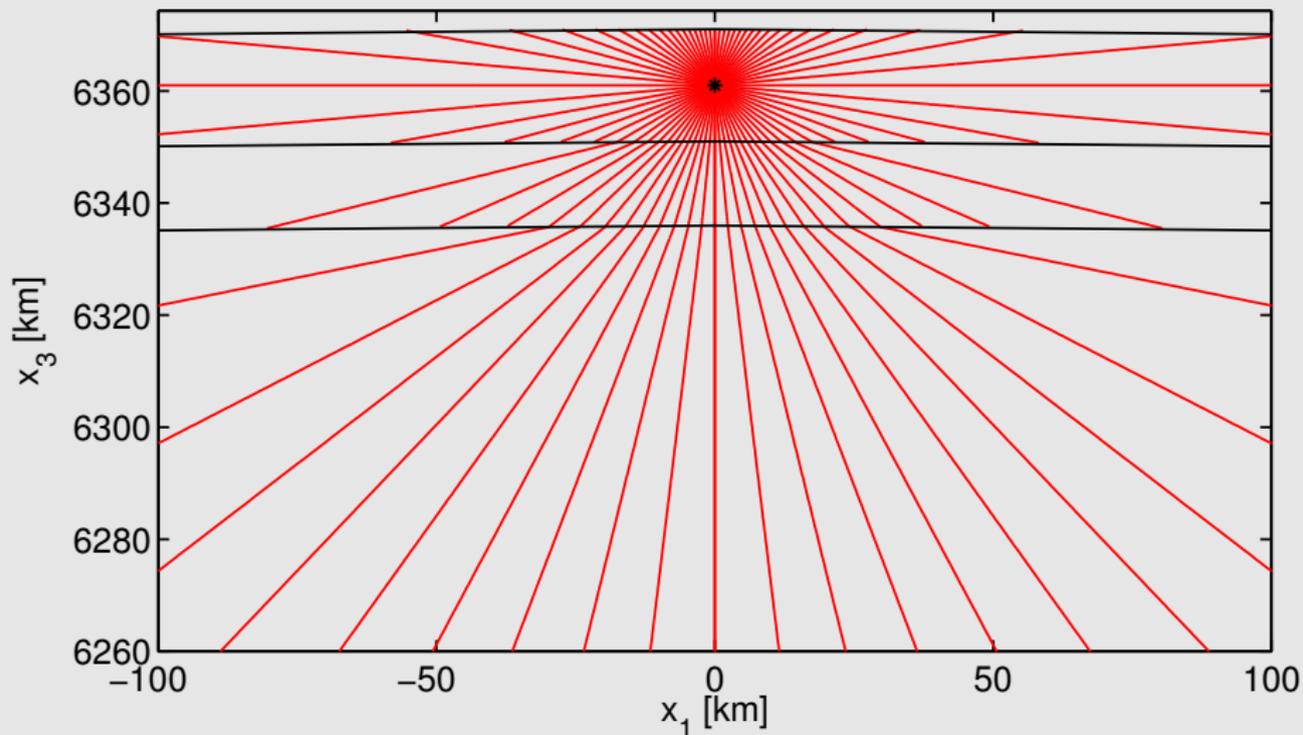
## Wellenausbreitung bei kontinuierlicher Variation der Geschwindigkeit

Beispiel: gleichmäßiger Anstieg der Geschwindigkeit mit der Tiefe

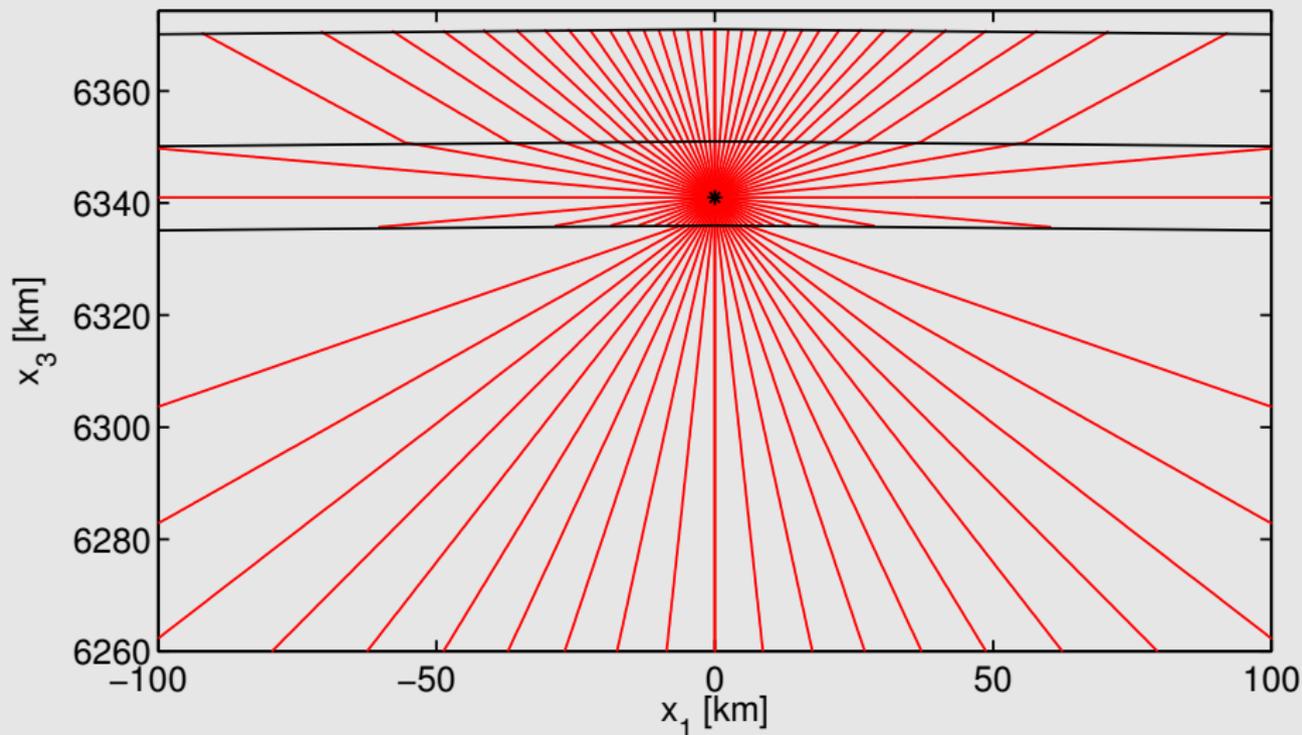


Quelle: Shearer, Introduction to Seismology

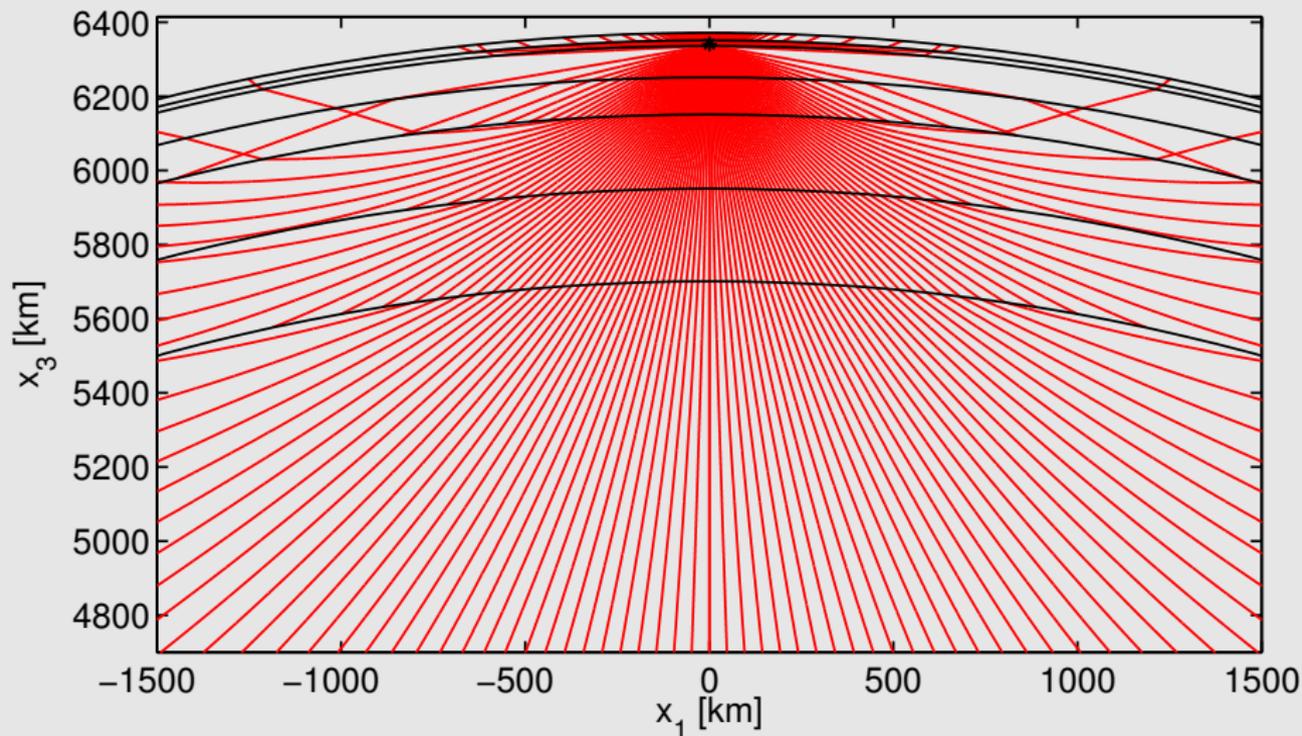
## P-Wellen bei 10 km Herdtiefe (Oberkruste)



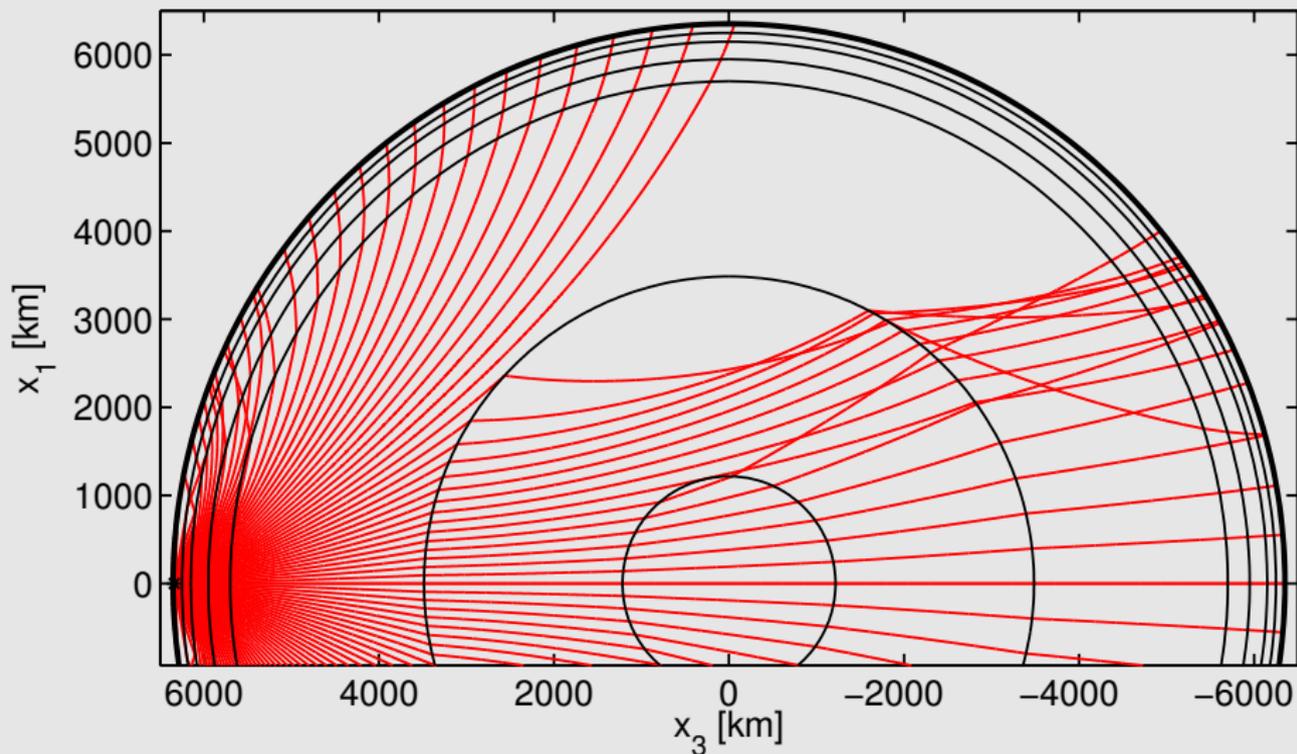
## P-Wellen bei 30 km Herdtiefe (Unterkruste)



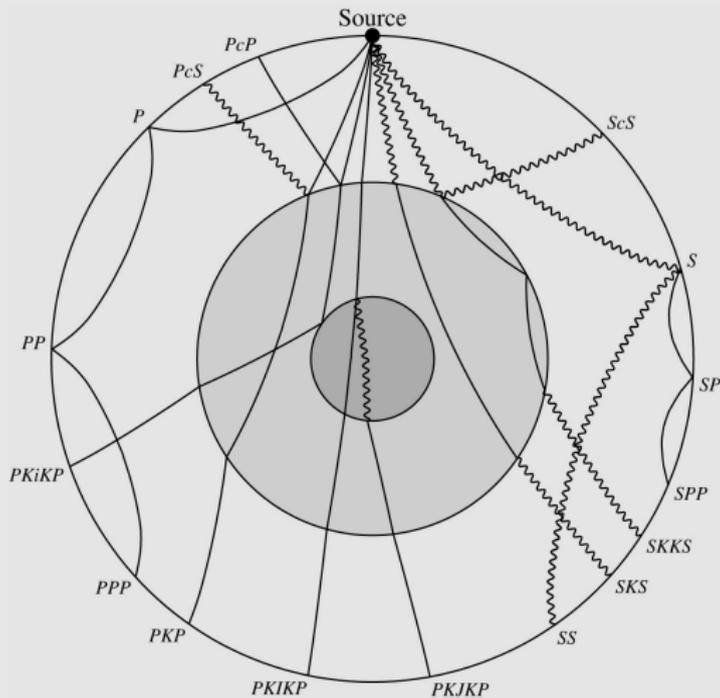
## P-Wellen bei 30 km Herdtiefe (Unterkruste)



## P-Wellen bei 30 km Herdtiefe (Unterkruste)

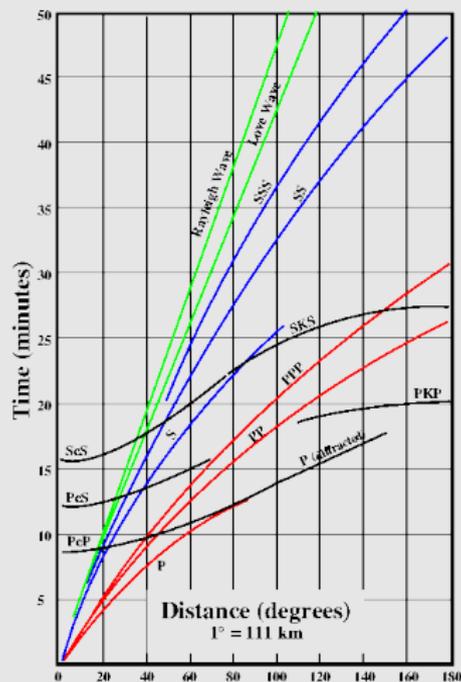


## Nomenklatur der verschiedenen Wellen

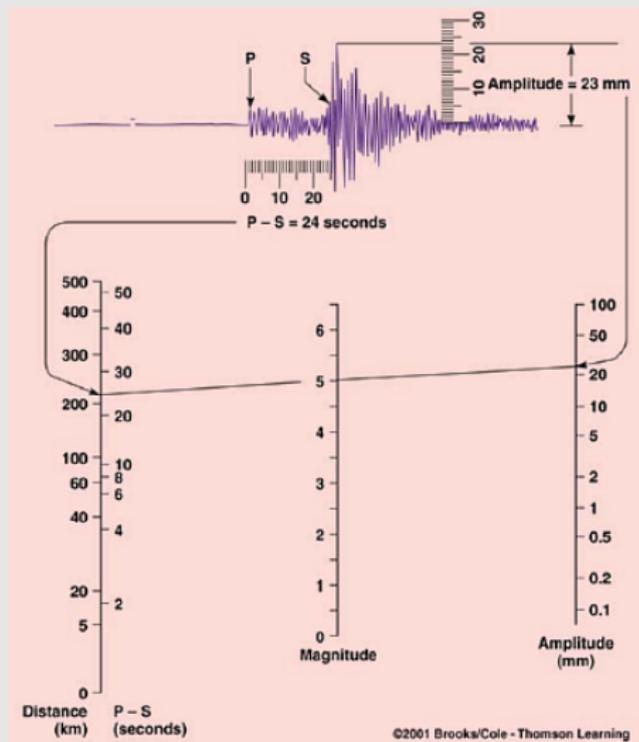


Quelle: Shearer, Introduction to Seismology

## Laufzeitkurven und Lokalisierung von Erdbeben



Quelle: Southern Arizona Seismic Observatory



©2001 Brooks/Cole - Thomson Learning

## Grenzflächenwellen

Brechung und Reflexion an einer ebenen Schichtgrenze:

Alle Wellen haben dieselbe horizontale Langsamkeit  $s_h$  wie die einfallende Welle.

Wenn  $s_h > s = \frac{1}{v}$ :

- Gebrochene oder reflektierte Welle kann sich nicht ins Medium ausbreiten.
- Läuft mit der Geschwindigkeit  $\frac{1}{s_h}$  an der Schichtgrenze entlang.
- Amplitude fällt exponentiell mit dem Abstand von der Schichtgrenze ab.
- Welle wird als Grenzflächenwelle bezeichnet.

## Grenzflächenwellen

**Einfallende SH-Welle:** gleiche Partikelbewegung auch bei der SH-Grenzflächenwelle

**Einfallende P- oder SV-Welle:**

- elliptische Partikelbahnen
- prograde Rotation im unteren Halbraum, retrograd im oberen Halbraum

Beispiele für einfallende SV-Welle an der Kruste-Mantel-Grenze:

$$\alpha = 20^\circ, \alpha = 30^\circ, \alpha = 40^\circ, \alpha = 70^\circ$$

## Grenzflächenwellen vs. Oberflächenwellen

### Grenzflächenwellen:

- Durch einfallende (und andere gebrochene und reflektierte) Wellen angetrieben.
- Ausbreitungsgeschwindigkeit passt sich der horizontalen Langsamkeit der einfallenden Welle an.

### Oberflächenwellen:

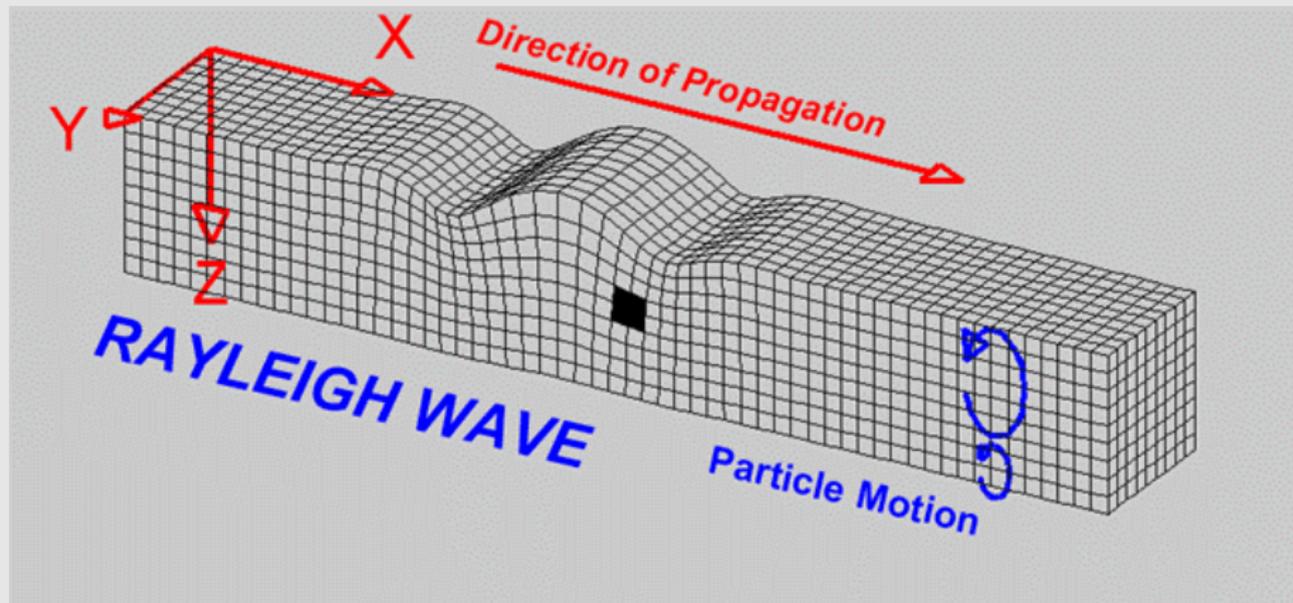
- Eines der beiden Medien fehlt (Luft); freie Oberfläche.
- Keine antreibende Welle.
- Im homogenen Halbraum nur möglich mit spezieller Kombination von P- und SV-Grenzflächenwelle bei bestimmter Geschwindigkeit.



Rayleigh-Welle

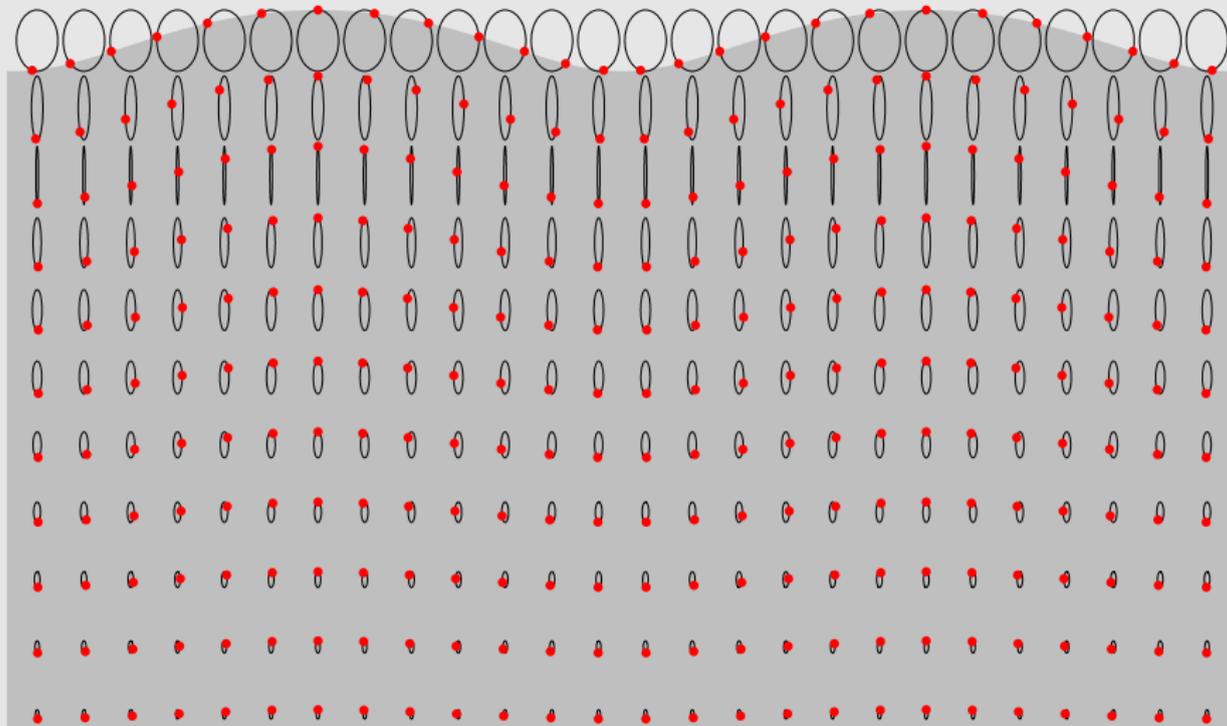
## Die Rayleigh-Welle

Benannt nach J. W. Strutt (3. Lord Rayleigh).



Quelle: L. Braille, Purdue University

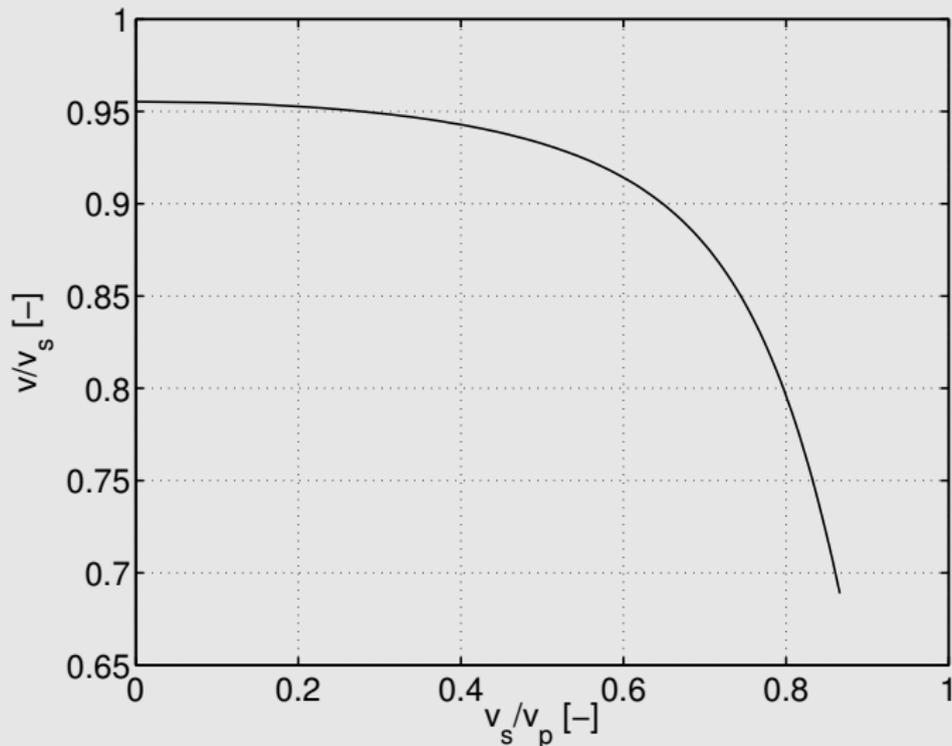
## Die Rayleigh-Welle



## Die Rayleigh-Welle

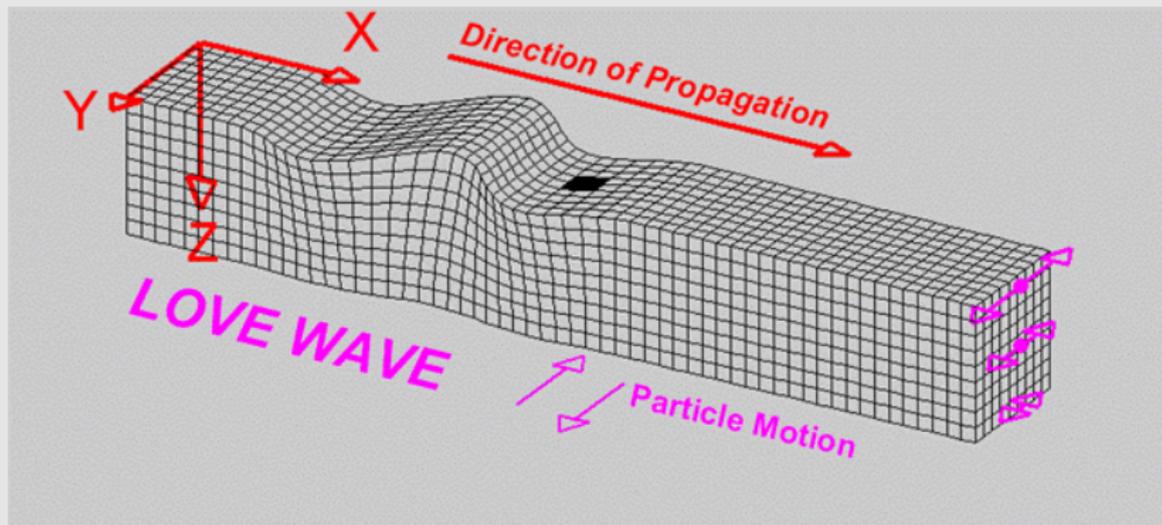
- Retrograde elliptische Partikelbewegung im oberflächennahen Bereich.
- Ellipsen werden schmaler mit wachsender Tiefe und kehren in einer bestimmten Tiefe ihre Richtung um.
- Prograde elliptische Partikelbewegung im tiefen Bereich.
- Eindringtiefe ist proportional zur Wellenlänge.

## Ausbreitungsgeschwindigkeit der Rayleigh-Welle

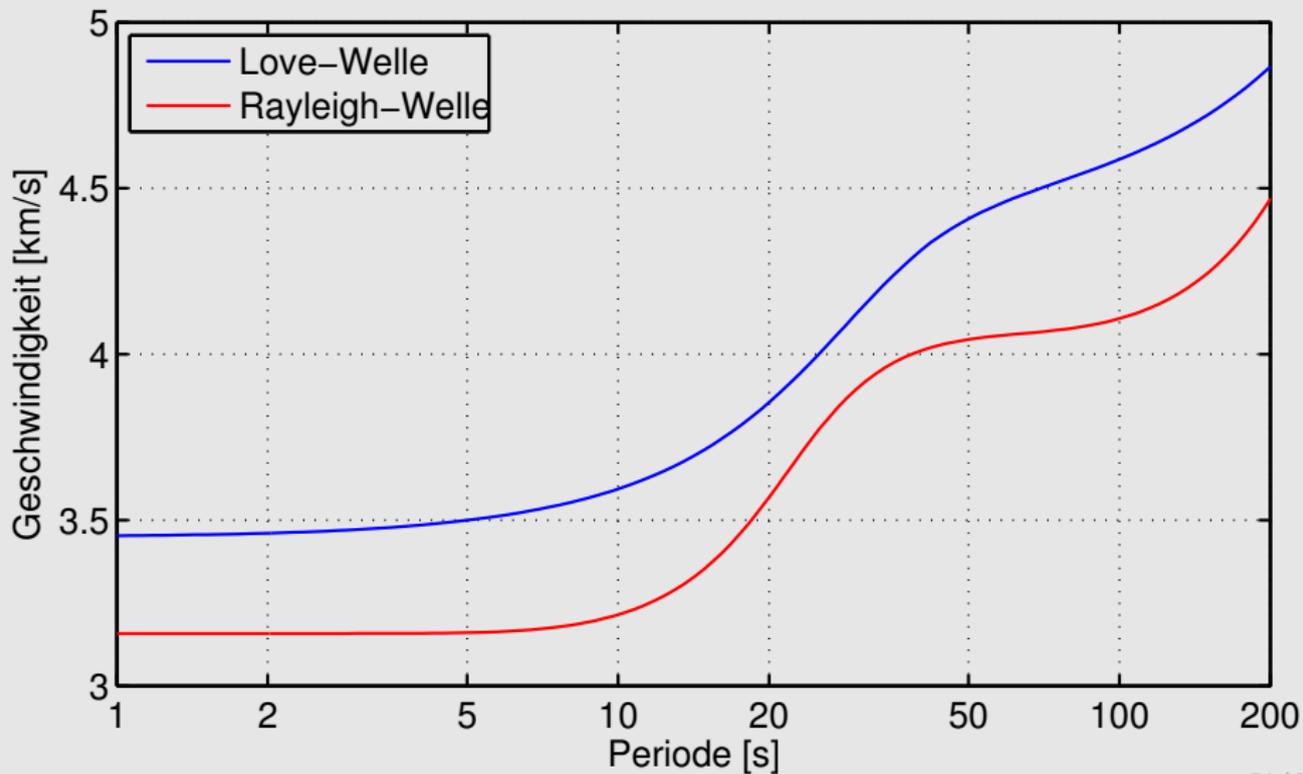


## Die Love-Welle

- Benannt nach A. E. H. Love.
- Identisch mit SH-Grenzflächenwelle.
- Nur möglich, wenn  $v_s$  mit der Tiefe zunimmt.



## Ausbreitungsgeschwindigkeit von Oberflächenwellen (kontinental)



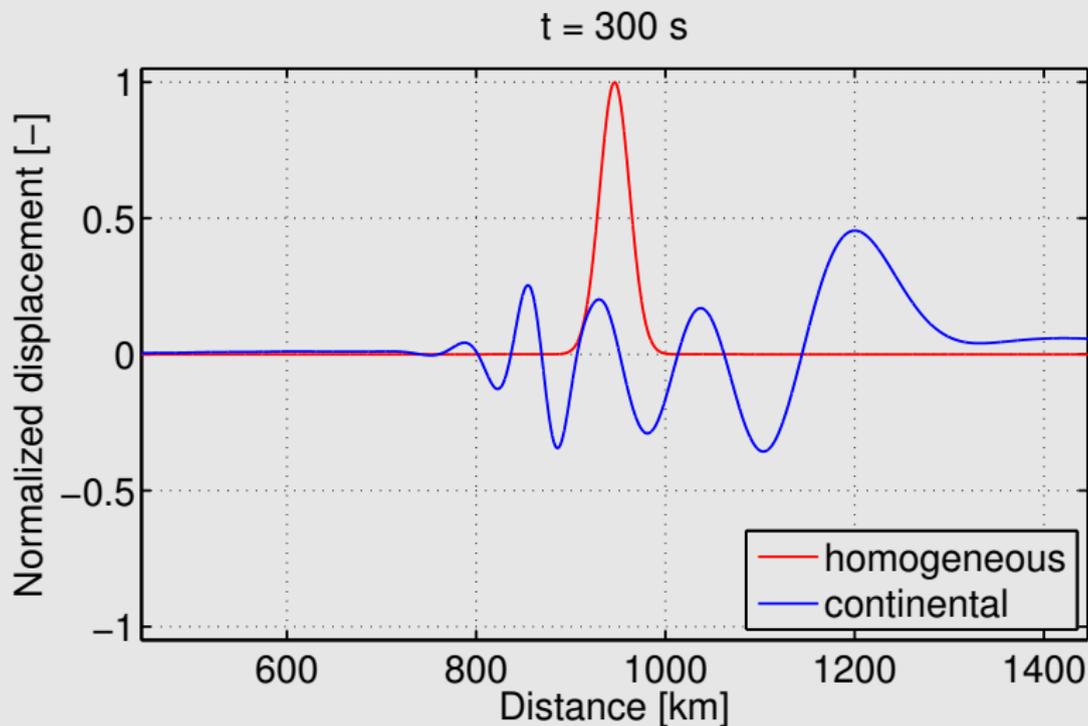
## Dispersion

Ausbreitungsgeschwindigkeit hängt von der Frequenz ab.

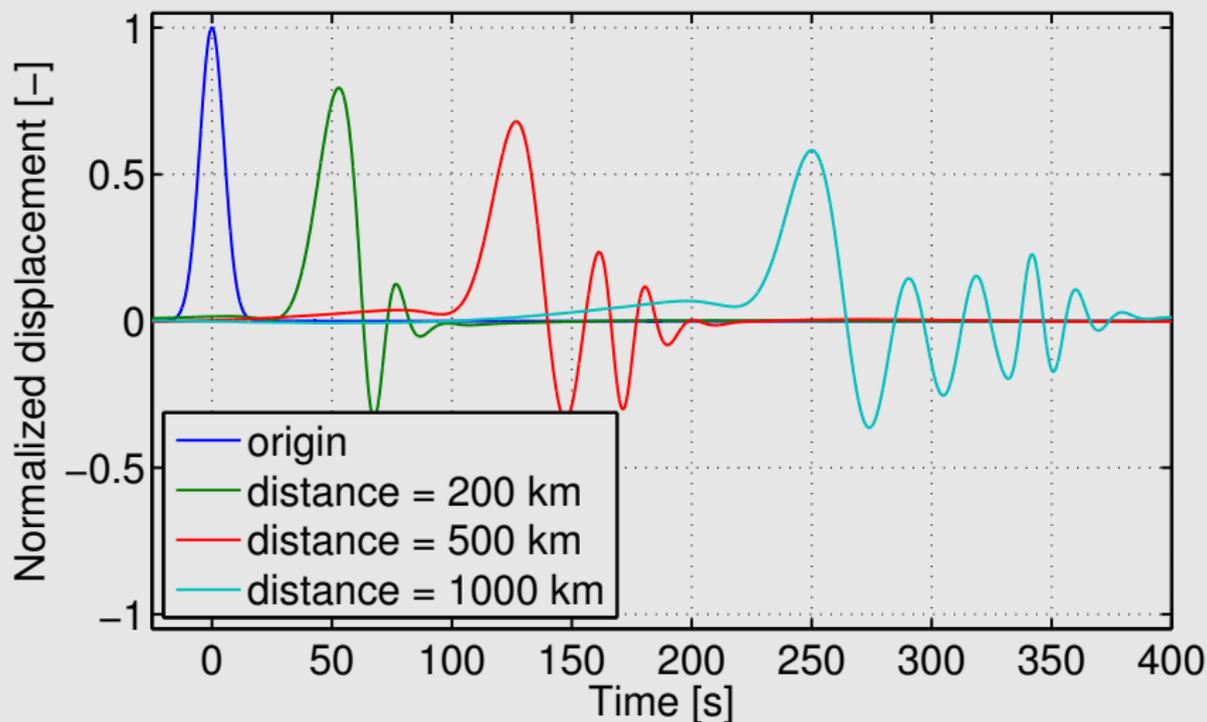


Wellenpakete laufen auseinander = Dispersion

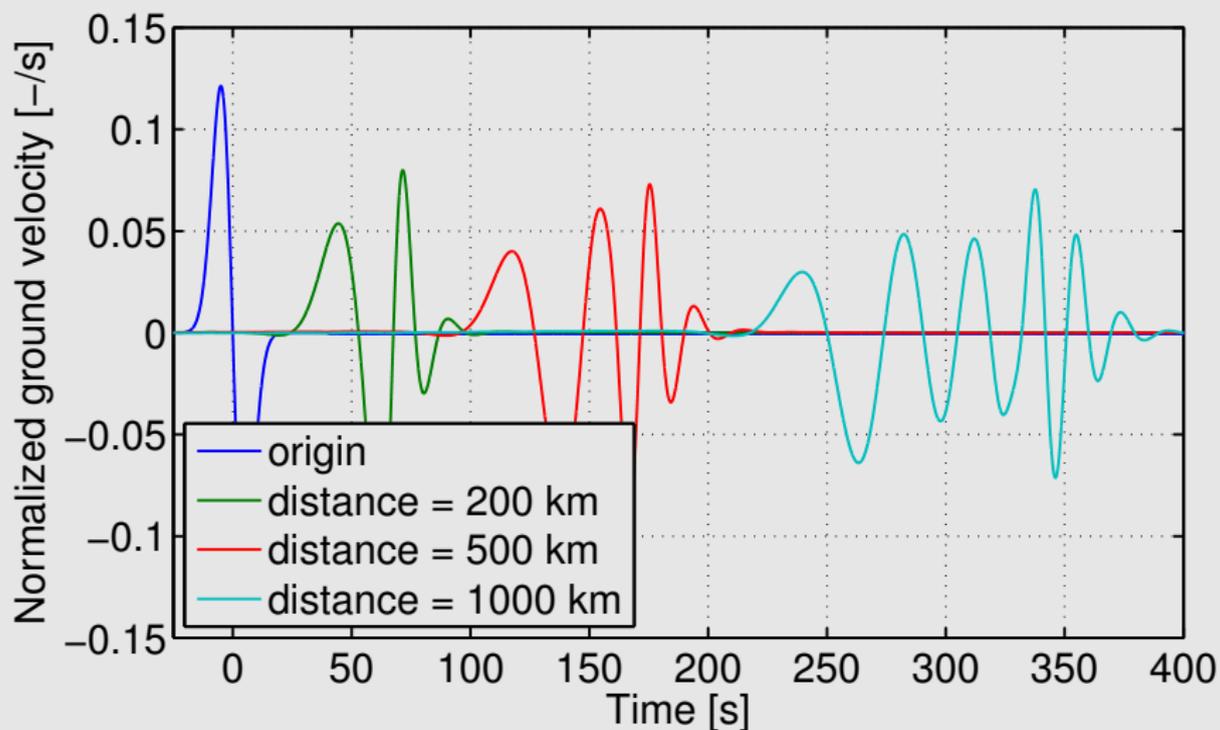
## Dispersion von Rayleigh-Wellen



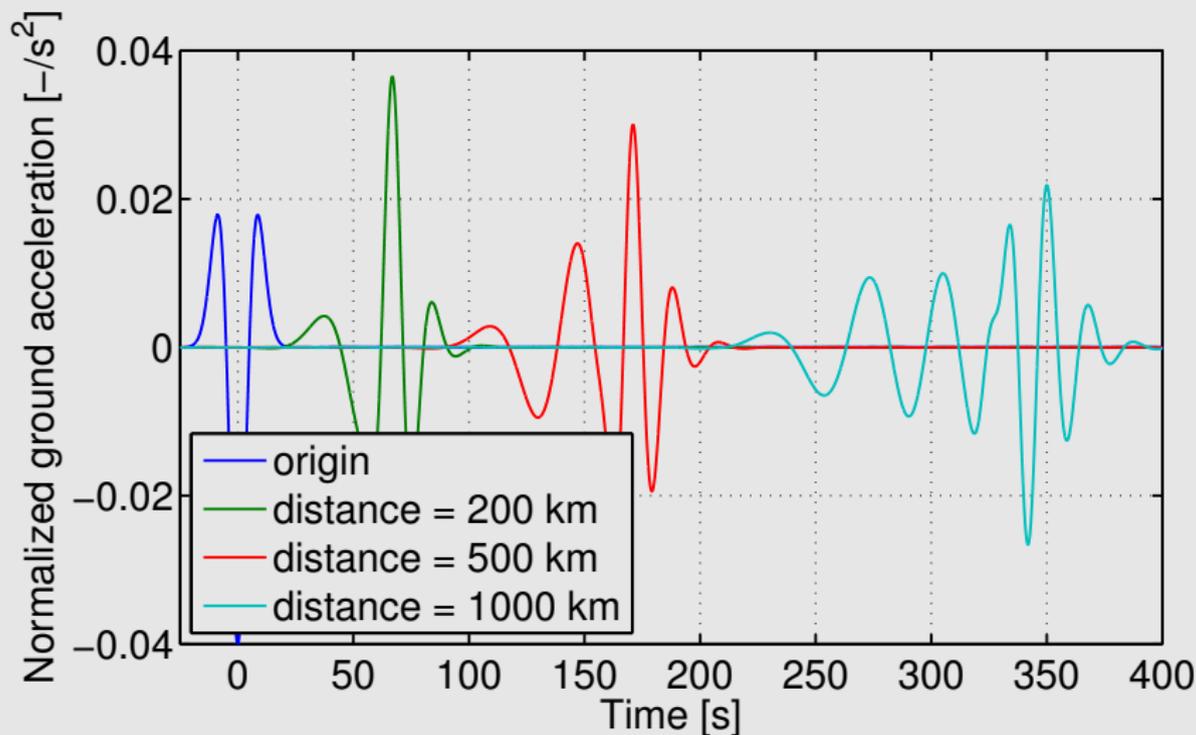
## Dispersion von Rayleigh-Wellen



## Dispersion von Rayleigh-Wellen



## Dispersion von Rayleigh-Wellen



## Dispersion von Rayleigh-Wellen

- Langsame Schwingungen (lange Wellenlängen) kommen zuerst an.



Schwingung an einem festen Ort wird mit der Zeit schneller.

- Größte Verschiebung des Untergrunds bei sehr langsamen Schwingungen.
- Größte Beschleunigung des Untergrunds gegen Ende des Wellenzugs im Periodenbereich von ca. 20 s.

## Verschiebungsfeld einer einzelnen Kraft

Annahmen:

- Homogenes Medium mit Parametern  $\rho$ ,  $\lambda$  und  $\mu$  (wie bei der ebenen Welle).
- Zeitabhängige Kraft  $\vec{F}(t)$  wirkt im Koordinatenursprung ( $\vec{x} = \vec{0}$ ).

Entsprechende Lösung der Navier-Cauchy-Gleichungen:

$$\begin{aligned} \vec{u}(\vec{x}, t) = & \frac{s_p^2}{4\pi\rho|\vec{x}|} \vec{F}_{\text{radial}}(t - s_p|\vec{x}|) + \frac{s_s^2}{4\pi\rho|\vec{x}|} \vec{F}_{\text{tangential}}(t - s_s|\vec{x}|) \\ & + \frac{1}{4\pi\rho|\vec{x}|^3} \int_{s_p|\vec{x}|}^{s_s|\vec{x}|} \tau \vec{F}_{\text{Dipol}}(t - \tau) d\tau \end{aligned}$$

## Verschiebungsfeld einer einzelnen Kraft

Verschiebungsmuster des 1. Terms,

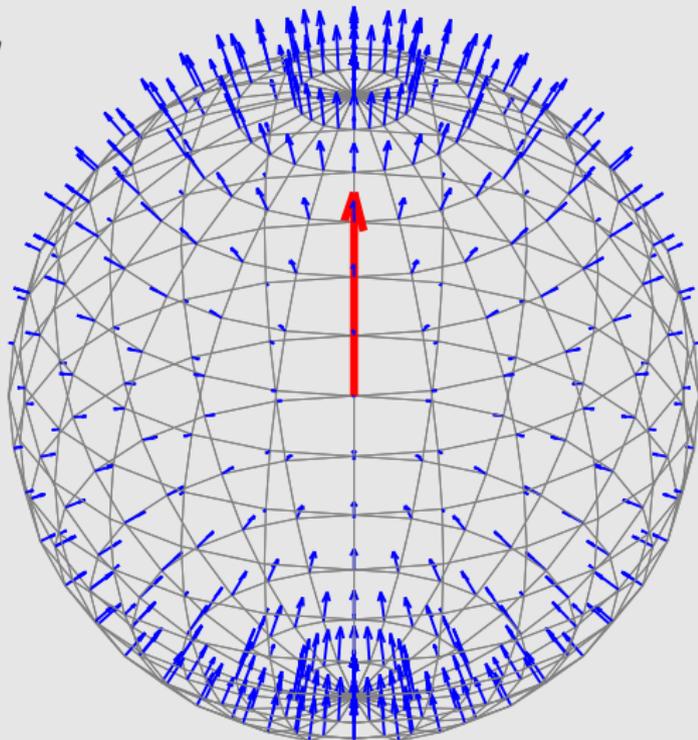
$$\vec{F}_{\text{radial}} = (\vec{F} \cdot \hat{x}) \hat{x}$$

mit

$$\hat{x} = \frac{\vec{x}}{|\vec{x}|}$$

für

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$



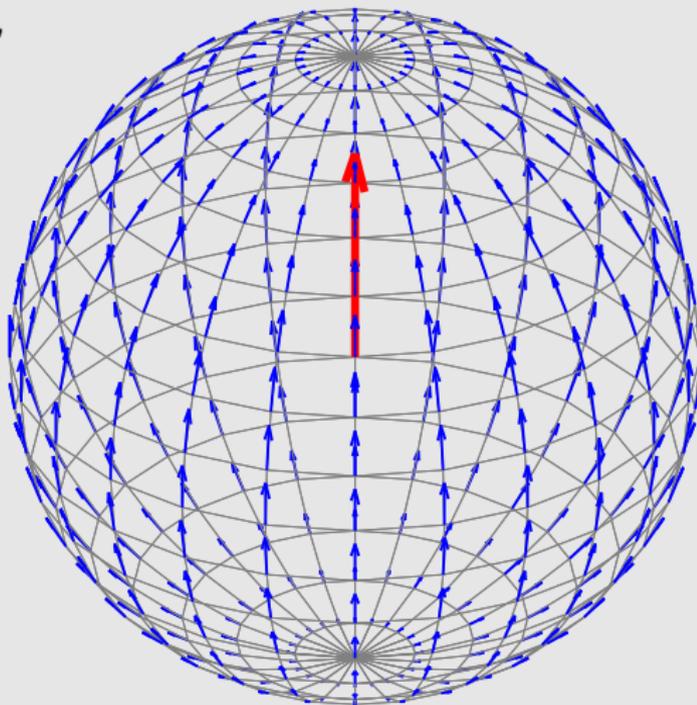
## Verschiebungsfeld einer einzelnen Kraft

Verschiebungsmuster des 2. Terms,

$$\vec{F}_{\text{tangential}} = \vec{F} - \vec{F}_{\text{radial}},$$

für

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$



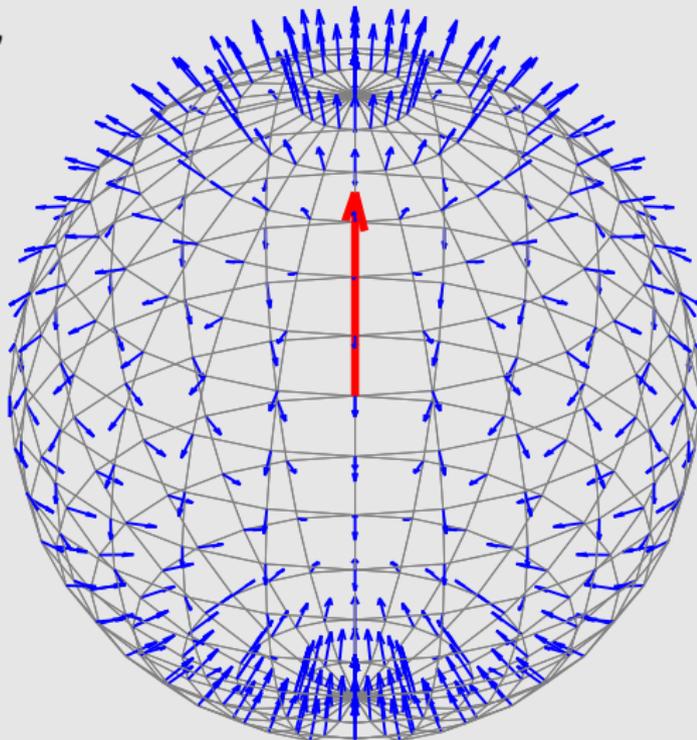
## Verschiebungsfeld einer einzelnen Kraft

Verschiebungsmuster des 3. Terms,

$$\vec{F}_{\text{Dipol}} = 3\vec{F}_{\text{radial}} - \vec{F},$$

für

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

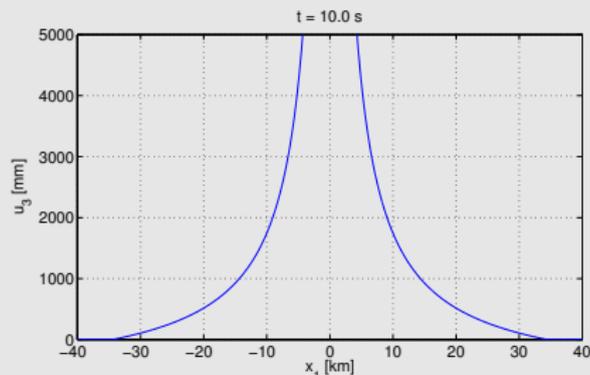


## Verschiebungsfeld einer einzelnen Kraft

Beispiel: 2. Term (S-Welle) für

$$\vec{F}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ F_3(t) \end{pmatrix},$$

$F_3(t)$  steigt innerhalb von 10 s von 0 auf  $10^{16}$  N an.



## Kräftepaare

Einzelne Kraft verursacht insgesamt eine Verschiebung in Richtung der Kraft.



nicht möglich



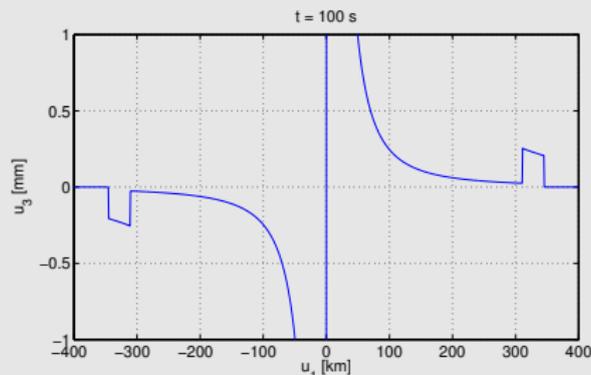
Erdbeben bestehen aus (mindestens) einem Paar gleich großer, entgegengesetzter Kräfte  $\vec{F}$  and  $-\vec{F}$ , welche um einen kleinen Versatz  $\vec{a}$  verschoben angreifen (bei  $\frac{\vec{a}}{2}$  und  $-\frac{\vec{a}}{2}$  statt im Koordinatenursprung).

## Verschiebungsfeld eines Kräftepaars

Beispiel: 2. Term (S-Welle) für

$$\vec{F}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ F_3(t) \end{pmatrix}, \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} 100 \text{ m} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$F_3(t)$  steigt innerhalb von 10 s von 0 auf  $10^{16}$  N an.



## Der Momententensor

Definition:

$$M(t) = \vec{F}(t) \otimes \vec{a} = \vec{F}(t) \vec{a}^T = \begin{pmatrix} F_1 a_1 & F_1 a_2 & F_1 a_3 \\ F_2 a_1 & F_2 a_2 & F_2 a_3 \\ F_3 a_1 & F_3 a_2 & F_3 a_3 \end{pmatrix}$$

für  $\vec{a} \rightarrow 0$  (dabei passend  $\vec{F} \rightarrow \infty$ )

Einheit: Nm

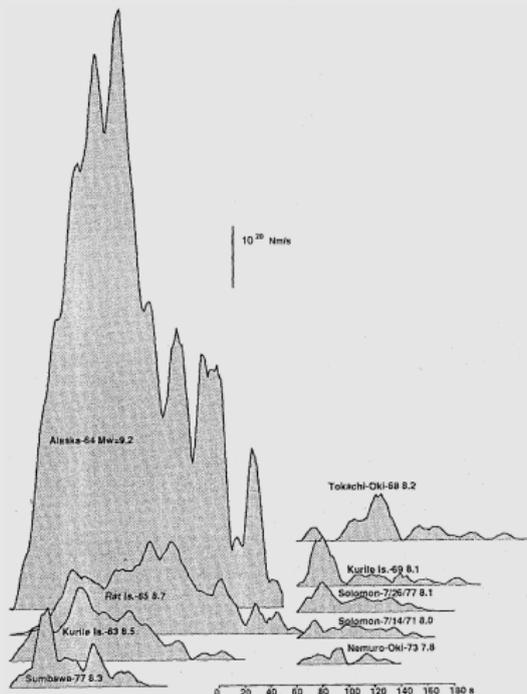
Permanenter Versatz:

$$u \sim \frac{M}{|\vec{x}|^2} \quad \text{für} \quad |\vec{x}| \rightarrow \infty$$

Amplitude der Wellen:

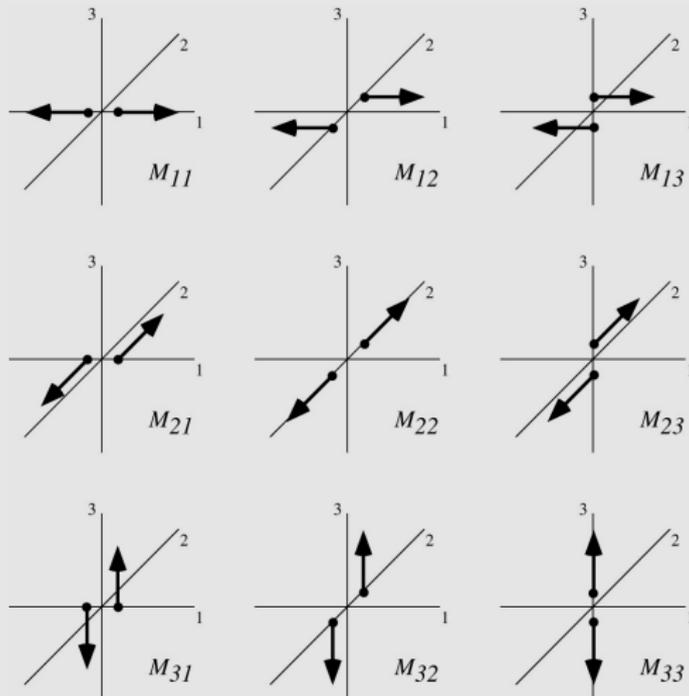
$$u \sim \frac{\dot{M}}{|\vec{x}|} \quad \text{für} \quad |\vec{x}| \rightarrow \infty$$

## Beispiele von $\dot{M}(t)$ für starke Erdbeben



Quelle: Bormann (ed), New Manual of Seismological Observatory Practice

## Komponenten des Momententensors



Quelle: Shearer, Introduction to Seismology

## Symmetrie des Momententensors

Nicht-symmetrische Momententensoren verursachen eine bleibende Drehung des Mediums.



**M** muss symmetrisch sein:  $M^T = M$ ,  $M_{ji} = M_{ij}$ .

## Die Spur des Momententensors

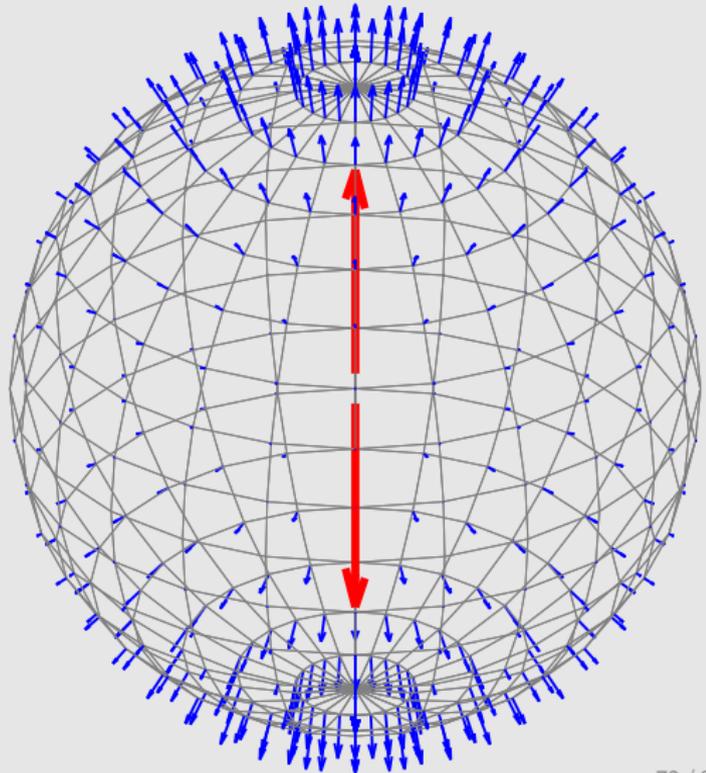
$\text{tr}(M) = M_{11} + M_{22} + M_{33}$  definiert den Grundtyp der seismischen Quelle:

$$\text{tr}(M) \begin{cases} > 0 & : \text{Explosion} \\ = 0 & : \text{Erdbeben im engeren Sinn} \\ < 0 & : \text{Implosion} \end{cases}$$

## Abstrahlungscharakteristiken verschiedener Momententensoren

P-Wellen für

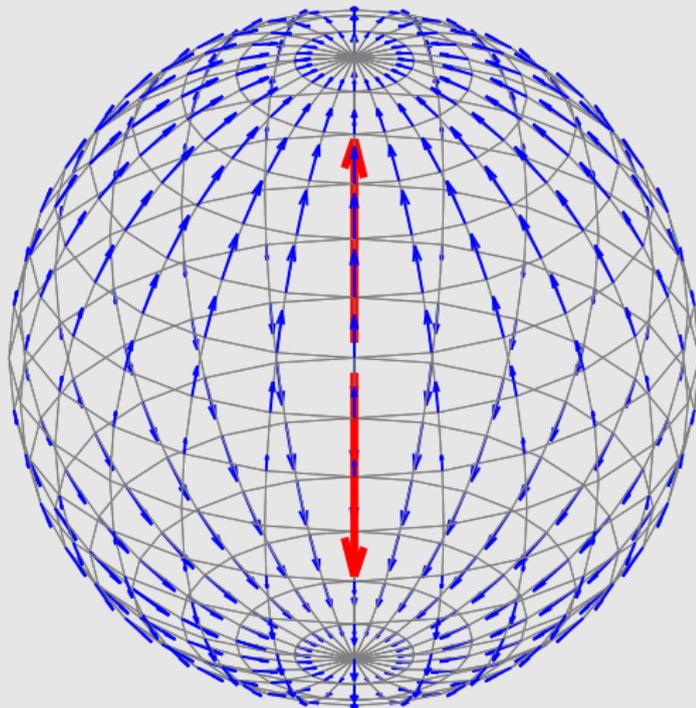
$$\dot{M} \sim \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



## Abstrahlungscharakteristiken verschiedener Momententensoren

S-Wellen für

$$\dot{M} \sim \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

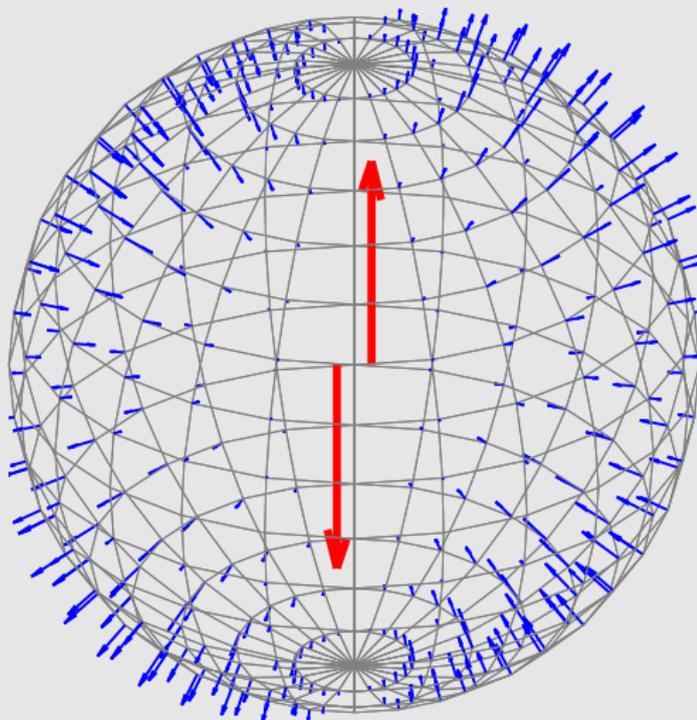


## Abstrahlungscharakteristiken verschiedener Momententensoren

P-Wellen für

$$\dot{M} \sim \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(unsymmetrisch, nicht erlaubt!)

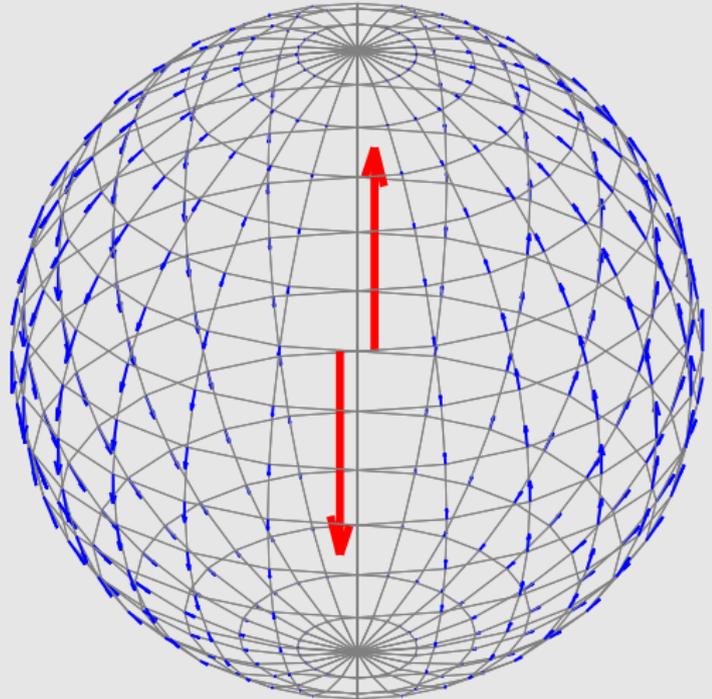


## Abstrahlungscharakteristiken verschiedener Momententensoren

S-Wellen für

$$\dot{M} \sim \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

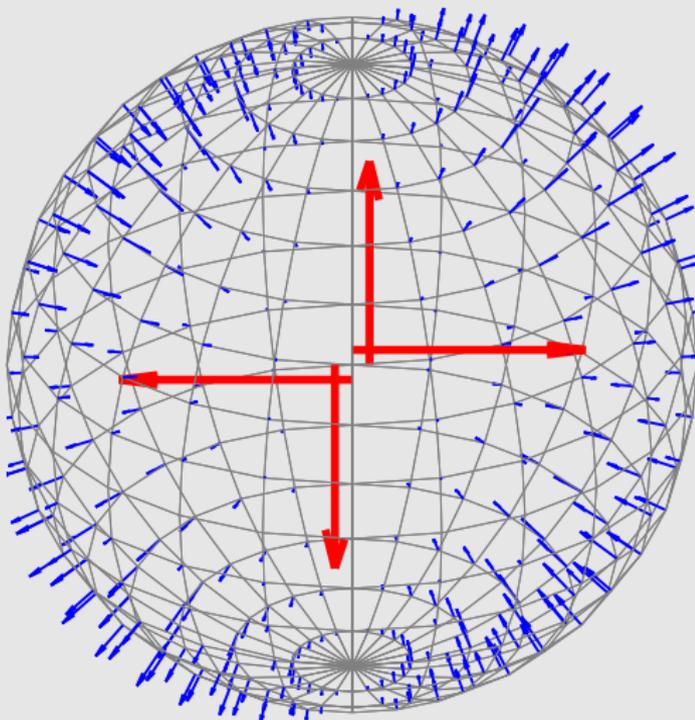
(unsymmetrisch, nicht erlaubt!)



## Abstrahlungscharakteristiken verschiedener Momententensoren

P-Wellen für

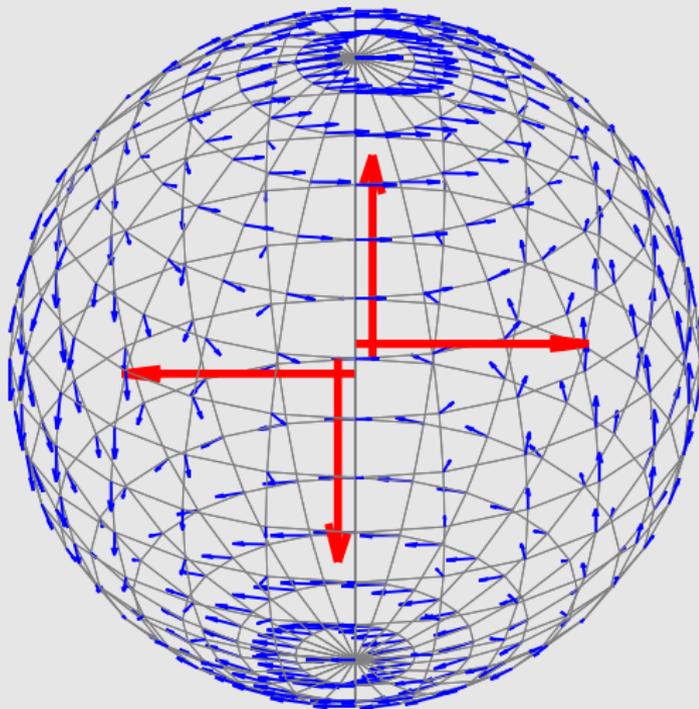
$$\dot{M} \sim \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



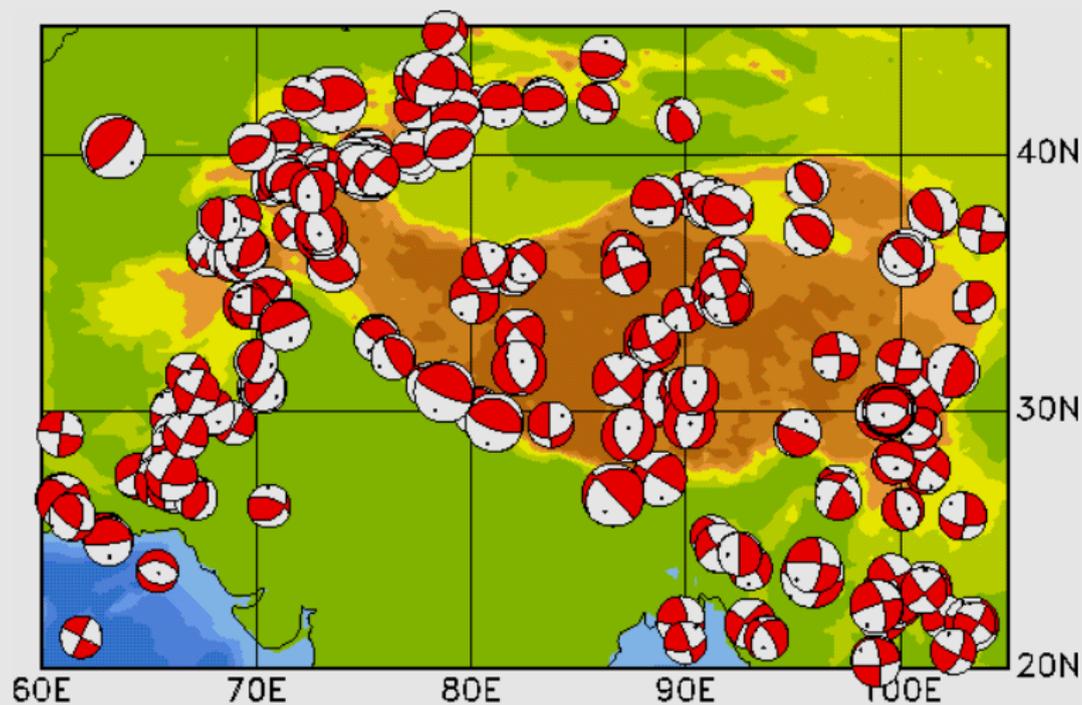
## Abstrahlungscharakteristiken verschiedener Momententensoren

S-Wellen für

$$\dot{M} \sim \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



## Herdkugeln



Quelle: Earthquake-Report.com

## Herdkugeln

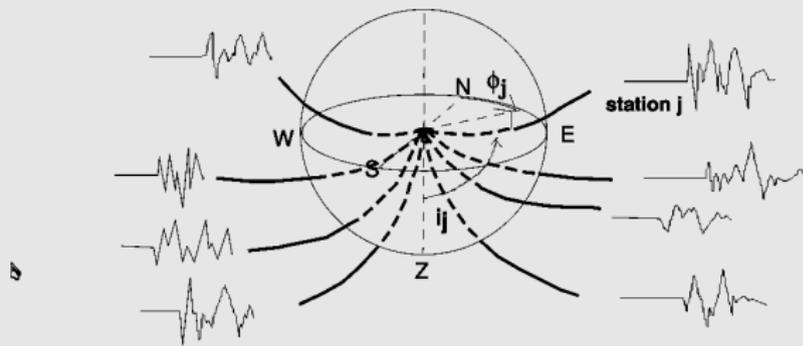
Verschiebungsfeld der P-Wellen eines Kräftepaars (nur. 1 Term) für  $|\vec{x}| \rightarrow \infty$ :

$$\begin{aligned}\vec{u}(\vec{x}, t) &= \frac{s_p^2}{4\pi\rho|\vec{x} - \frac{\vec{a}}{2}|} \vec{F}_{\text{radial}}(t - s_p|\vec{x} - \frac{\vec{a}}{2}|) \\ &\quad - \frac{s_p^2}{4\pi\rho|\vec{x} + \frac{\vec{a}}{2}|} \vec{F}_{\text{radial}}(t - s_p|\vec{x} + \frac{\vec{a}}{2}|) \\ &\approx \frac{s_p^3}{4\pi\rho|\vec{x}|} \left( \left( \dot{M}(t - s_p|\vec{x}|) \hat{x} \right) \cdot \hat{x} \right) \hat{x}\end{aligned}$$

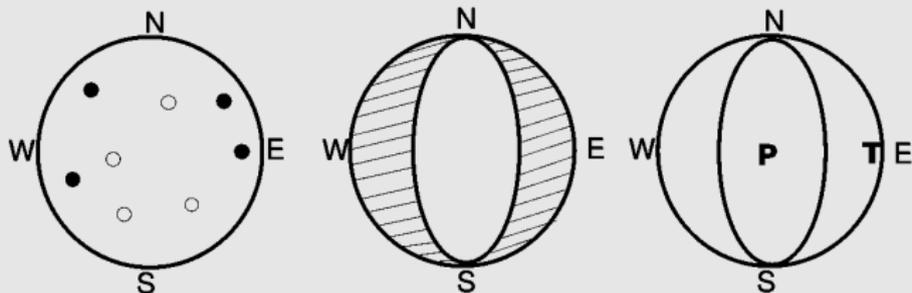


Verschiebung radial nach außen (Einsatz der P-Welle mit Kompression), wenn die quadratische Form  $(\dot{M}\hat{x}) \cdot \hat{x} > 0$  ist.

## Herdkugeln



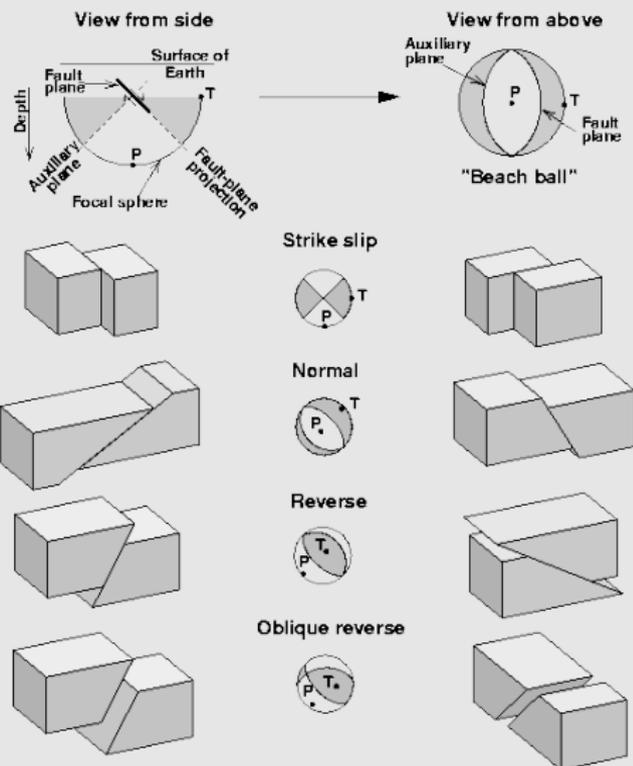
(I)



Quelle: Dissertation A. Belmonte-Pool, FU Berlin

## Herdkugeln

- Richtungen, in denen die P-Welle zuerst mit Kompression ankommt, d. h.,  $(\dot{M}\hat{x}) \cdot \hat{x} > 0$  bzw.  $(M\hat{x}) \cdot \hat{x} > 0$ , werden eingefärbt.
- Richtungen, in denen die P-Welle zuerst mit Dilatation ankommt, bleiben weiß.
- Projektion der unteren Halbkugel wird dargestellt.



## Das skalare seismische Moment

Für

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & M_0 \\ 0 & 0 & 0 \\ M_0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(o. ä.), ist  $M_0$  [Nm] das (skalare) seismische Moment.

Allgemein für

$$M = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & 0 \\ 0 & 0 & M_3 \end{pmatrix}$$

mit  $M_1 \geq M_2 \geq M_3$  (Eigenwerte von  $M$ ):

$$M_0 = \frac{M_1 - M_3}{2}$$

## Das skalare seismische Moment

Alternative Definition / Interpretation des seismischen Moments:

$$M_0 = \mu A \bar{u}$$

mit

$\mu$  = 2. Lamé-Parameter des Mediums  
= Schermodul [Pa]

$A$  = Größe der Bruchfläche [m<sup>2</sup>]

$\bar{u}$  = mittlerer Versatz entlang der Bruchfläche [m]



## Intensität und Magnitude

**Intensität** charakterisiert die Stärke eines Erdbebens durch seine Auswirkungen auf die Erdoberfläche, Infrastruktur und Menschen.

- Üblicherweise durch eine römische Ziffer dargestellt.
- Grundlage: 12-teilige (ursprünglich 10-teilige) Skala von I (unmerklich) bis XII (große Katastrophe) nach G. Mercalli (1850–1914).
- Erweiterungen / Verfeinerungen: MCS- (Mercalli-Cancani-Sieberg) Skala, MWN- (Mercalli-Wood-Neumann) Skala, MSK-Skala (Medvedev, Sponheuer & Karnik, 1964), EMS-98-Skala (European Macroseismic Scale, 2000).

**Magnitude** charakterisiert die Stärke eines Erdbebens auf Basis physikalischer Messgrößen.

- Üblicherweise durch arabische Zahlen mit einer Nachkommastelle dargestellt.
- Verschiedene Magnitudendefinitionen in Gebrauch.

## Grundsätzliche Definition von Erdbebenmagnituden

Aus jeder physikalische Messgröße  $X$ , welche die Stärke eines Erdbebens beschreibt, z. B.

- gesamtes seismisches Moment  $M_0$ ,
- maximale Bodenverschiebung  $|\vec{u}|_{\max}$  an der Erdoberfläche,
- freigesetzte Energie,
- Dauer des Erdbebens

lässt sich eine Magnitude  $M_X$  gemäß

$$M_X = e \log_{10} \left( \frac{X}{X_0} \right)$$

definieren.

## Grundsätzliche Definition von Erdbebenmagnituden

- $X_0$  legt fest, welchem Messwert der Magnitudenwert 0 entspricht.
- Alle Magnitudendefinitionen sind logarithmisch:

$$X \mapsto kX \quad \rightarrow \quad M_X \mapsto M_X + e \log_{10} f$$

Der Faktor  $e$  legt fest, um wieviel  $M_X$  steigt, wenn  $X$  verzehnfacht wird (meist  $e = 1$ ).

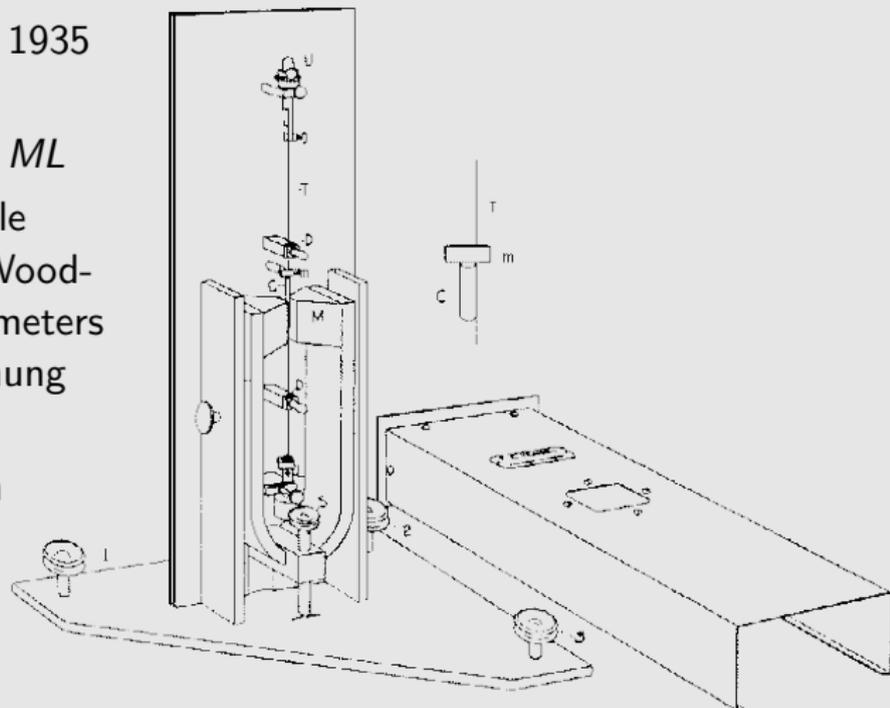
- $X_0$  und  $e$  werden so gewählt, dass verschiedene Magnitudendefinitionen im Durchschnitt möglichst gut übereinstimmen.

## Ober- und Untergrenzen von Erdbebenmagnituden

- Alle Magnitudenskalen sind grundsätzlich nach oben und unten offen.
- Die faktischen Obergrenzen ergeben sich aus der Größe der maximal in der Lithosphäre möglichen Bruchflächen und durch das Frequenzspektrum der von Erdbeben abgestrahlten Wellen.
- Negative Magnituden sind möglich. Der Nullpunkt ist willkürlich und spiegelt wider, was zur Zeit der ersten Magnitudendefinition (C. F. Richter, 1935) als sinnvolle Nachweisgrenze galt.

## Die Lokalmagnitude (Richterskala)

- Von C. F. Richter 1935 eingeführt.
- Symbol:  $M_L$  oder  $ML$
- $X$  ist der maximale Ausschlag eines Wood-Anderson-Seismometers in 100 km Entfernung vom Epizentrum.
- $e = 1$ ,  $X_0 = 1 \mu\text{m}$



## Die Oberflächenwellenmagnitude

- Symbol:  $M_S$  oder  $MS$
- Ursprüngliche Definition (B. Gutenberg 1945):  $X$  = maximale horizontale Bodenverschiebung im Periodenbereich von 18 s bis 22 s.
- Seit 1962 modifizierte Definition mit Berücksichtigung aller Oberflächenwellen.

## Raumwellenmagnituden

- $X$  ist die maximale Amplitude von P- und S-Wellen.
- Zwei signifikant verschiedene Definitionen in Gebrauch.
- Symbole:  $m_B$ ,  $mB$ ,  $m_b$ ,  $mb$ ,
- $m_b$  bzw.  $mb$  berücksichtigt nur recht hochfrequente Komponenten und unterscheidet sich stark von anderen Magnitudendefinitionen.
- Hauptsächlich verwendet zur Charakterisierung sehr tiefer Erdbeben.

## Die Momenten-Magnitude

- Von H. Kanamori 1977 eingeführt.
- $X = M_0 =$  skalares seismisches Moment.
- $e = \frac{2}{3}$ ,  $X_0 = 1.4 \times 10^9 \text{ Nm}$



$$M_W = \frac{2}{3} \log_{10} M_0 - 6.1$$

mit  $M_0$  in Nm.

- Charakterisiert eher die Stärke des Erdbebens am Erdbebenherd als die abgestrahlten seismischen Wellen.



Eher eine tektonische als eine seismologische Magnitudenskala.