



Übungsklausur

Mat.-Nr.: _____

Datum: vor dem 05.02.

Dauer: 45 Minuten

Name: _____

Aufgabe 1

(??? Punkte)

Normieren Sie den Vektor $\underline{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ in euklidischer Norm, Maximumsnorm und Manhattan-Norm.

Aufgabe 2

(??? Punkte)

Die Vektoren $\underline{a} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\underline{b} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -\sqrt{3} \end{pmatrix}$ aus \mathbb{R}^2 mit Standard-Skalarprodukt sind

- | | | |
|-------------------------------|--------------------------|----------------------------|
| linear unabhängig | <input type="radio"/> ja | <input type="radio"/> nein |
| orthogonal | <input type="radio"/> ja | <input type="radio"/> nein |
| normiert | <input type="radio"/> ja | <input type="radio"/> nein |
| orthonormal | <input type="radio"/> ja | <input type="radio"/> nein |
| eine Basis des \mathbb{R}^2 | <input type="radio"/> ja | <input type="radio"/> nein |

Falls die Vektoren eine Basis des \mathbb{R}^2 bilden, berechnen Sie die Matrix der linearen Abbildung

$$F \left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} x_2 \\ x_1 \end{pmatrix}$$

bzgl. dieser Basis.



Aufgabe 3

(??? Punkte)

- (a) Gilt die dritte binomische Formel

$$(\underline{a} + \underline{b}) \cdot (\underline{a} - \underline{b}) = |\underline{a}|^2 - |\underline{b}|^2$$

für alle Vektoren \underline{a} und \underline{b} jedes euklidischen Vektorraums?

- ja nein

- (b) Gilt die dritte binomische Formel

$$(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$$

für alle $n \times n$ -Matrizen A und B ?

- ja nein

Aufgabe 4

(??? Punkte)

Welche der folgenden Abbildungen des \mathbb{R}^3 ist linear? Geben Sie zu jeder der Abbildungen, die Ihrer Meinung nach linear sind, ihre Matrix bzgl. der Standardbasis an.

(a) $F\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 \\ x_1 - x_2 \\ x_1 x_2 \end{pmatrix}$

- linear nicht linear

(b) $F(\underline{x}) = \underline{a} \times \underline{x}$, wobei \times das Vektorprodukt bezeichnet, und $\underline{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ ein gegebener (fester) Vektor ist.

- linear nicht linear

(c) $F(\underline{x}) = \underline{b} \times (\underline{a} \times \underline{x})$, wobei \times das Vektorprodukt bezeichnet, und $\underline{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ und $\underline{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$ gegebene (feste) Vektoren sind.

- linear nicht linear

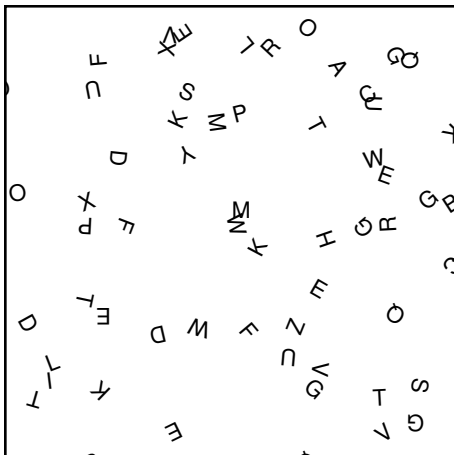
Aufgabe 5

(??? Punkte)

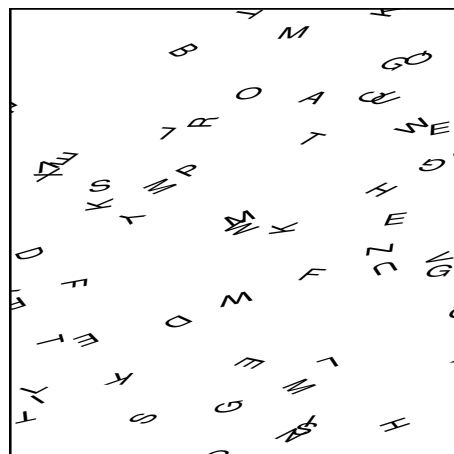
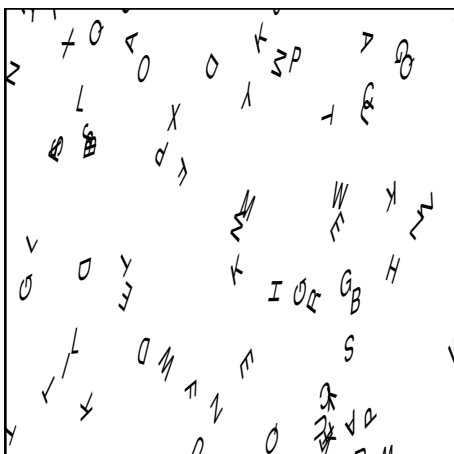
Wir betrachten die folgende lineare Abbildung des \mathbb{R}^2 (mit Euklidischer Norm):

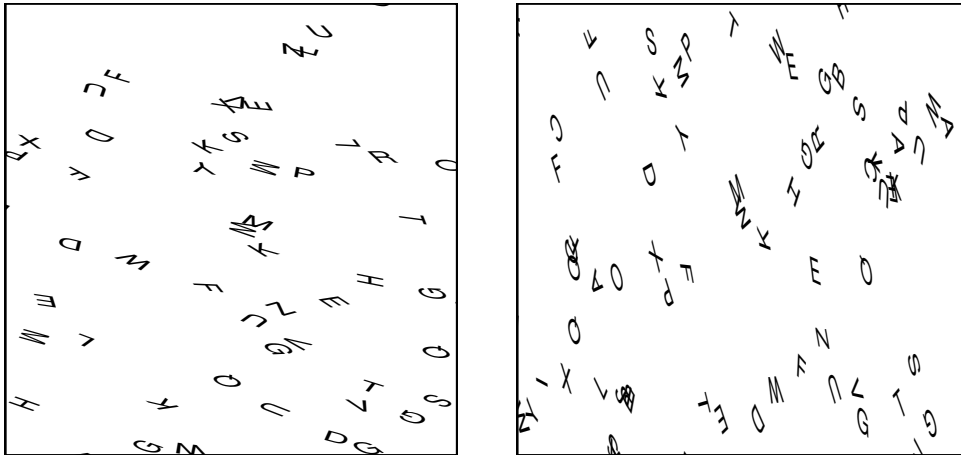
$$F(\underline{x}) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} x_1 - x_2 \\ x_1 + 3x_2 \end{pmatrix}$$

- (a) Geben Sie die Matrix von F bzgl. der Standardbasis an.
 (b) Die Abbildung F wird auf die folgende Buchstabensuppe angewandt, wobei die x_1 -Achse wie üblich nach rechts und die x_2 -Achse nach oben zeigt.



Falls eines der vier folgenden Bilder die von F deformierte Buchstabensuppe darstellt, markieren Sie dieses Bild.





- (c) Geben Sie die Determinante von F an.
- (d) Geben Sie die Spur von F an.
- (e) Berechnen Sie die Eigenwerte von F .
- (f) Geben Sie zu jedem in Teil (e) gefundenen Eigenwert einen normierten (!) Eigenvektor an.
- (g) Handelt es sich bei F um eine Scherung?
- ja nein
- (h) Handelt es sich bei F um eine einfache Scherung?
- ja nein