

# Seismologie

Stefan Hergarten

Institut für Geo- und Umweltnaturwissenschaften  
Albert-Ludwigs-Universität Freiburg



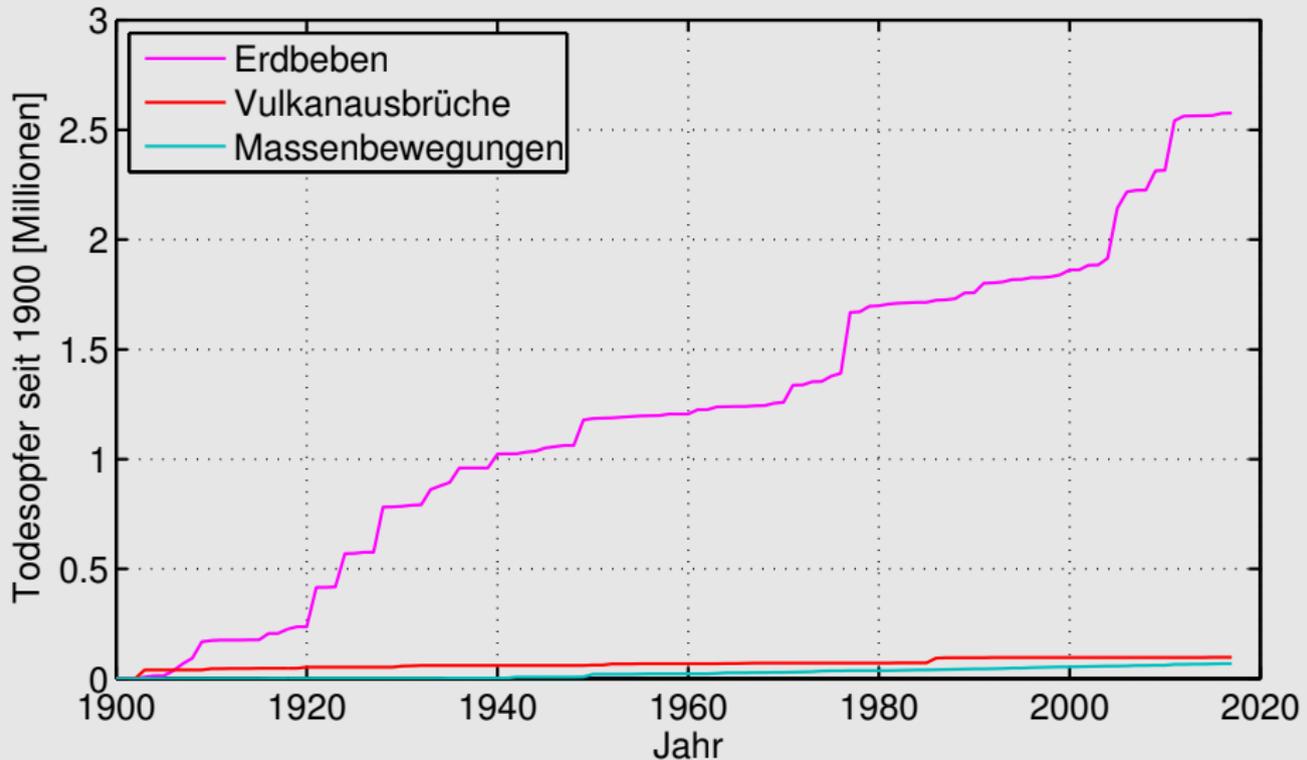
## Seismologie

- Alles zu Erdbeben und zur Ausbreitung seismischer Wellen.
- Größtes Fachgebiet der Geophysik der festen Erde (Institute, Publikationen).
- Liefert den Großteil der verfügbaren Informationen über das Erdinnere.

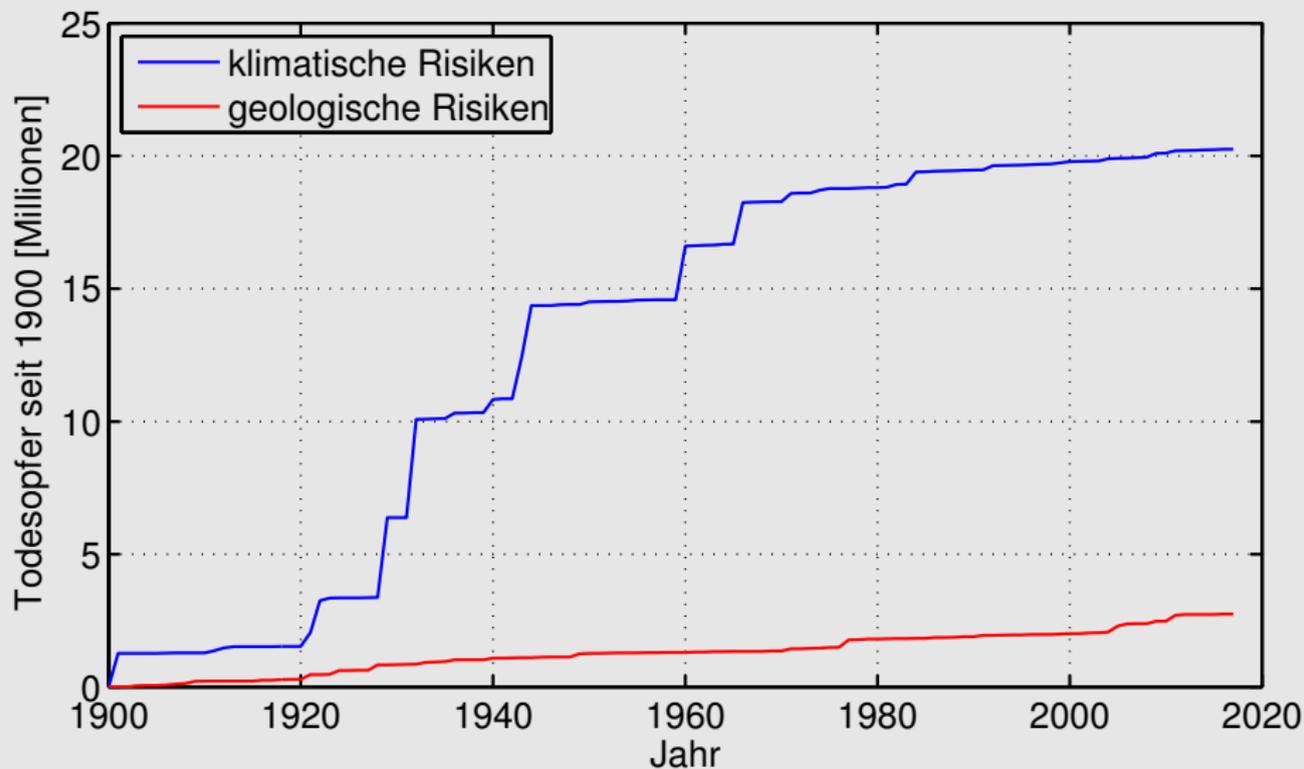
## Seismik

- Erkundung der oberflächennahen und tiefen Untergrunds mittels künstlich erzeugter seismischer Wellen.
- Größtes Fachgebiet der angewandten Geophysik

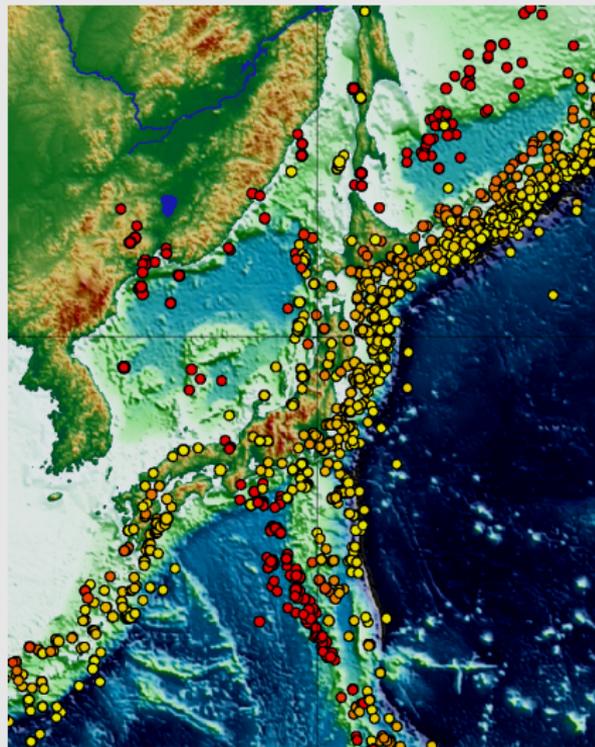
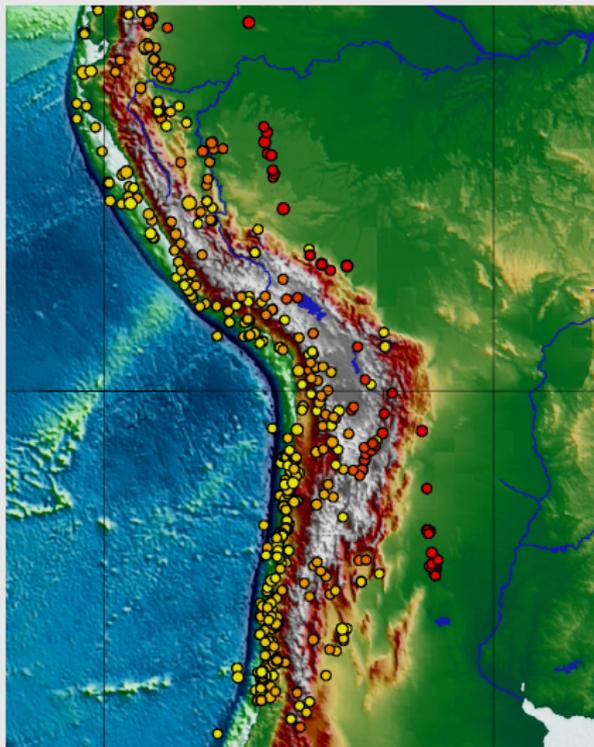
## Erdbeben als Naturgefahr



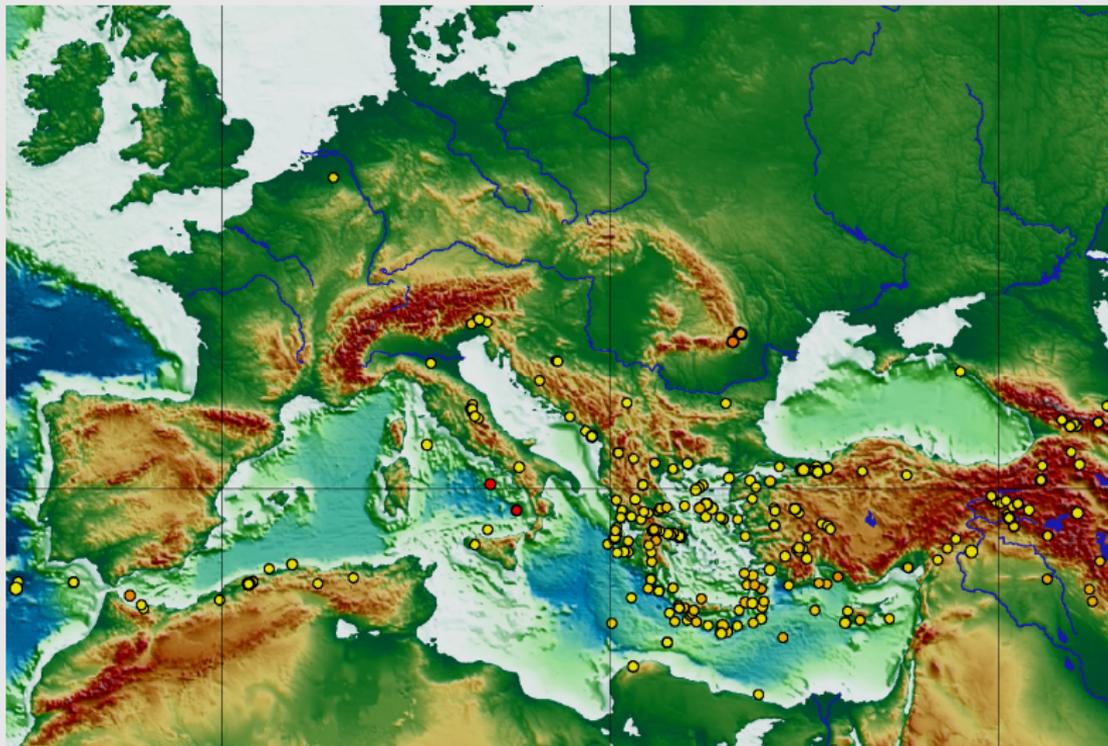
## Erdbeben als Naturgefahr



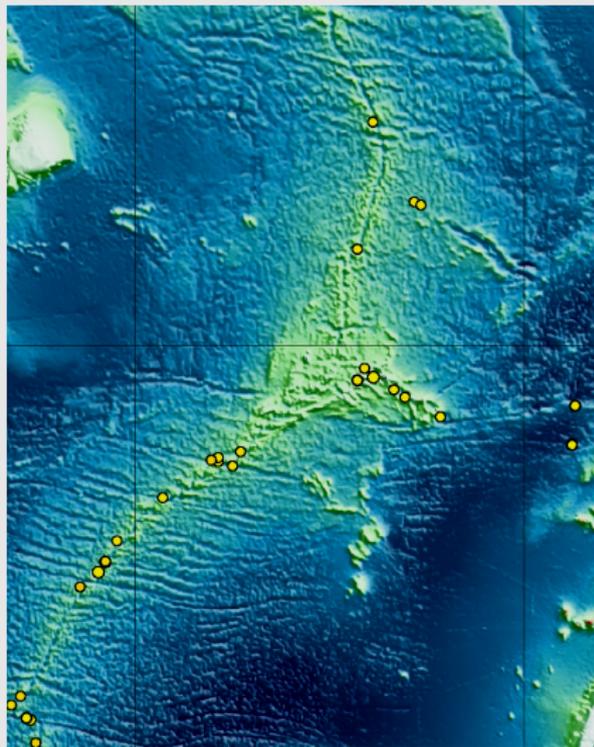
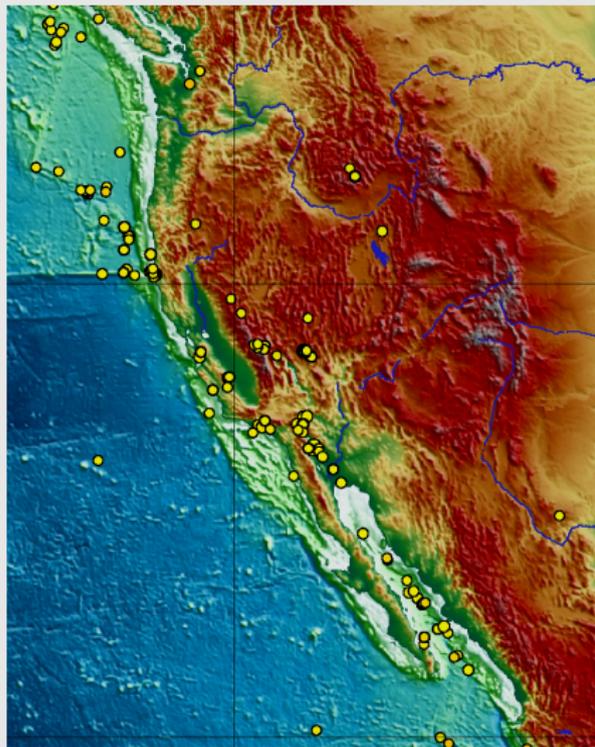
## Räumliche Verteilung von Erdbeben



## Räumliche Verteilung von Erdbeben



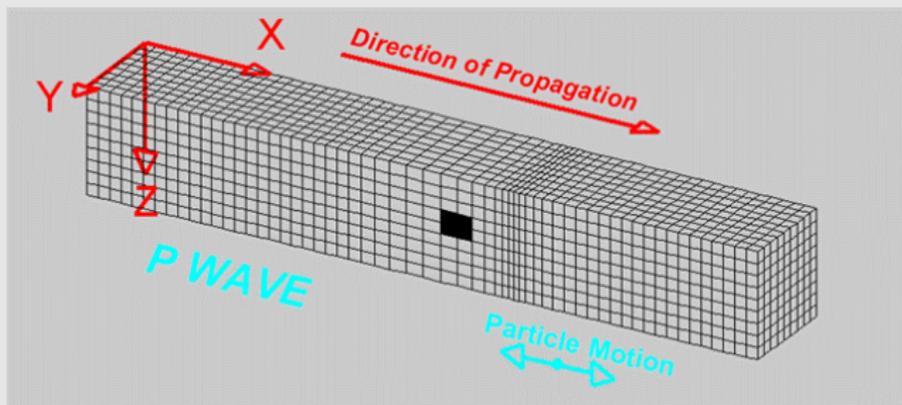
## Räumliche Verteilung von Erdbeben



## Seismische Wellen

- Räumlich und zeitliche veränderliche elastische Deformation eines festen Mediums
- Kann auch als Ausbreitung von Schallwellen in Festkörpern angesehen werden.
- Komplizierter als die Ausbreitung von Schallwellen in Flüssigkeiten und Gasen.
- Es gibt 2 verschiedene Grundtypen von elastischen Wellen.

## Longitudinal polarisierte Wellen



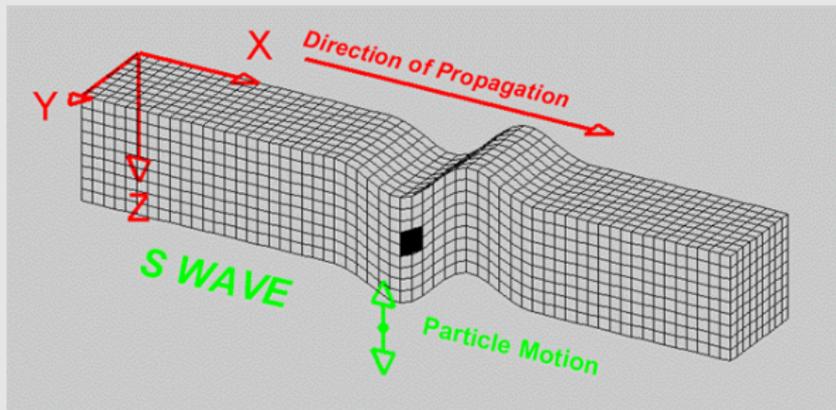
Quelle: L. Braile, Purdue University

Deformationsmodus:  (ohne Querausdehnung)



Longitudinal polarisierte Welle wird auch als Kompressionswelle oder als Primärwelle bzw. P-Welle bezeichnet.

## Transversal polarisierte Wellen



Quelle: L. Braille, Purdue University

Deformationsmodus:



Transversal polarisierte Welle wird auch als Scherwelle oder als Sekundärwelle bzw. S-Welle bezeichnet.

## Eindimensionale Wellenausbreitung in homogenen Medien

Eindimensionale Wellengleichung:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} u(x, t) = v^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x, t)$$

mit

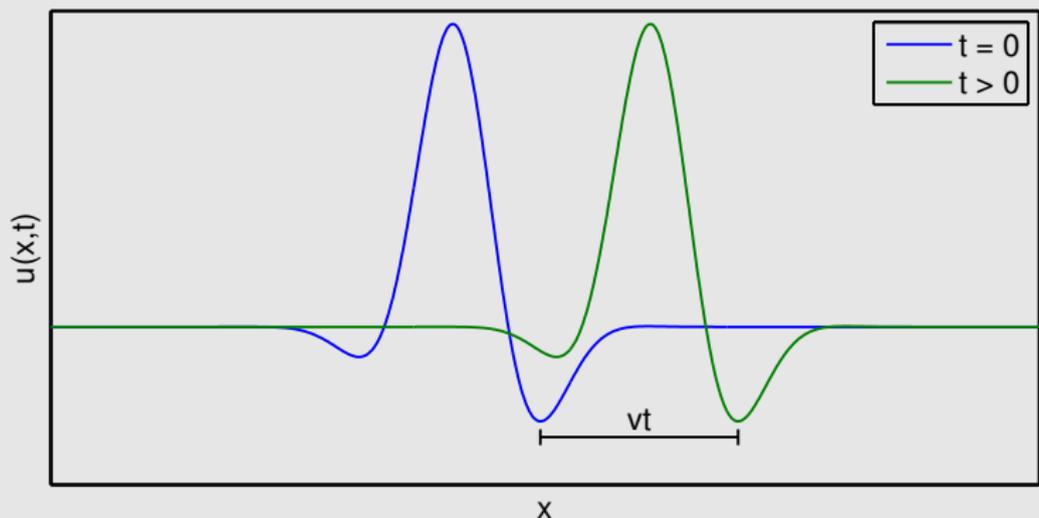
$u(x, t)$  = Verschiebung aus der Ruhelage [m]

$v$  = Ausbreitungsgeschwindigkeit [ $\frac{m}{s}$ ]

## Eindimensionale Wellenausbreitung in homogenen Medien

Lösung für Ausbreitung nach rechts, wenn  $u(x, 0) = f(x)$  für  $t = 0$  und alle Orte  $x$  gegeben ist:

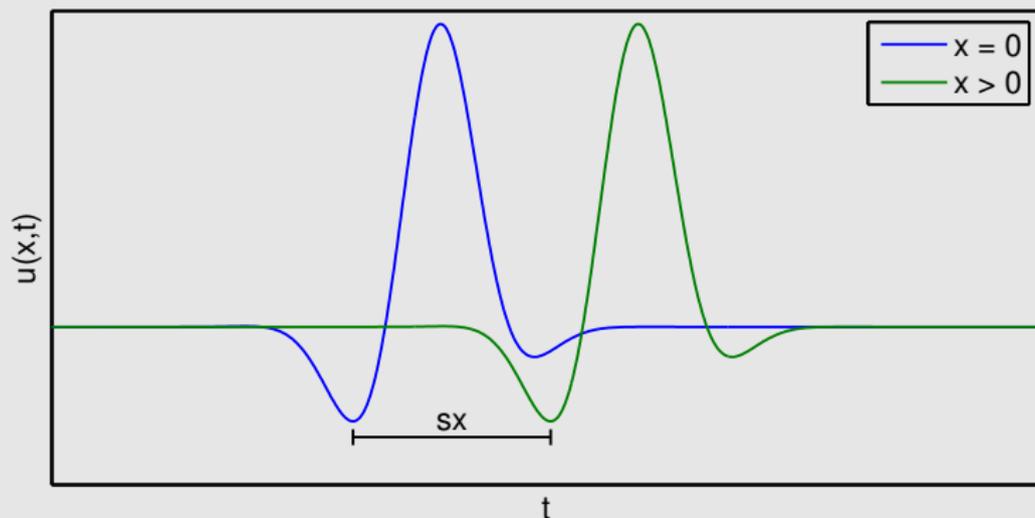
$$u(x, t) = f(x - vt)$$



## Eindimensionale Wellenausbreitung in homogenen Medien

Lösung für Ausbreitung nach rechts, wenn  $u(0, t) = f(t)$  für  $x = 0$  und alle Zeiten  $t$  gegeben ist:

$$u(x, t) = f(t - sx)$$



## Die Langsamkeit

$s = \frac{1}{v}$  wird als Langsamkeit bezeichnet.

## Die retardierte Zeit

Findet ein Erdbeben am Ort  $x = 0$  statt, wird  $\tau = t - sx$  als retardierte Zeit bezeichnet.

## Ausbreitungsmuster in 3D

- Kugelwelle (von einem Punkt ausgehend)
- Ebene Welle
- ...

## Ebene Wellen in 3D

- Beliebige Ausbreitungsrichtung
- Verschiebung  $\vec{u}(\vec{x}, t)$  ist konstant auf Ebenen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung.



$$\vec{u}(\vec{x}, t) = f(t - \vec{s} \cdot \vec{x}) \vec{a}$$

mit

$\vec{s}$  = Vektor der Langsamkeit

$\vec{a}$  = Amplitudenvektor (konstant)

Die Welle bewegt sich in Richtung von  $\vec{s}$  mit der Geschwindigkeit  $v = \frac{1}{|\vec{s}|}$ .

## Ebene Wellen in 3D

Verschiebung muss entweder parallel oder senkrecht zur Ausbreitungsrichtung sein.

**S-Welle:** transversal polarisiert,  $\vec{a} \perp \vec{s}$

$$v_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \quad \text{mit} \quad \mu = \text{Schermodul}$$

**P-Welle:** longitudinal polarisiert,  $\vec{a} \parallel \vec{s}$

$$v_p = \sqrt{\frac{M}{\rho}} \quad \text{mit} \quad M = K + \frac{4}{3}\mu, \quad K = \text{Kompressionsmodul}$$

$v_p > v_s$  unter allen Bedingungen.



P(rimär)-Welle kommt immer früher als die S(ekundär)-Welle an.

## Vergleich mit Schallwellen in Flüssigkeiten und Gasen

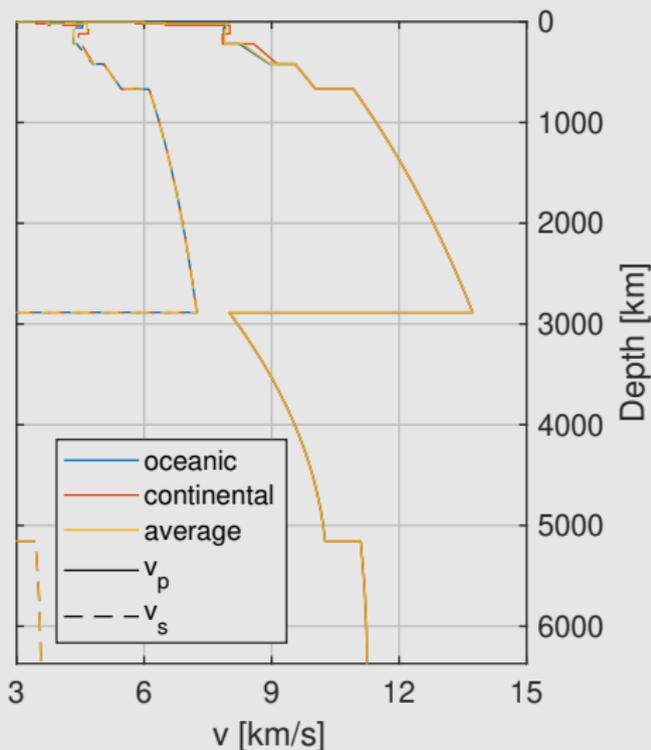
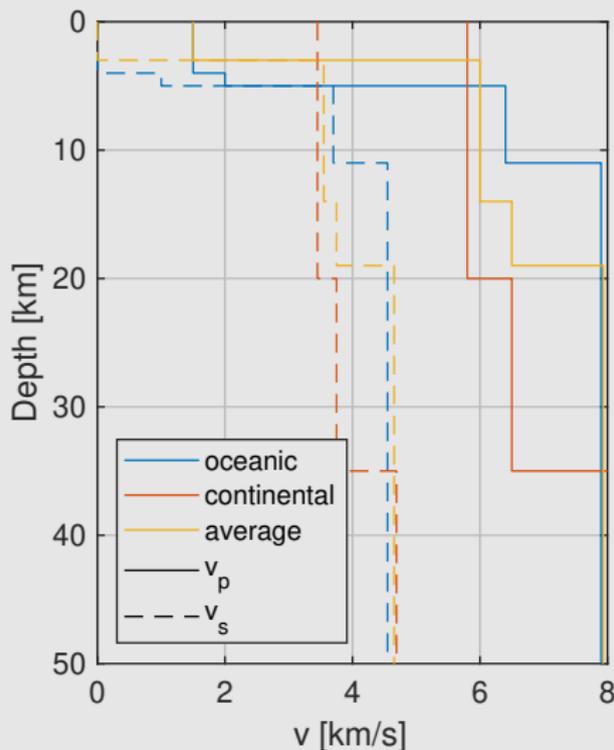
Die P-Welle ist ähnlich zu Schallwellen in Flüssigkeiten, während sich in Flüssigkeiten und Gasen keine S-Wellen ausbreiten können.

## Seismische Geschwindigkeiten

Medium	$v_p$ [ $\frac{\text{km}}{\text{s}}$ ]	$v_s$ [ $\frac{\text{km}}{\text{s}}$ ]
Luft	0.34	–
Wasser	1.45	–
Holz	$\approx 3$	$\approx 1.8$
feste Erde*	5.8–13.7	3.4–7.2

\*Parametric Earth Models (PEM), nicht im oberflächennahen Bereich

## Seismische Geschwindigkeiten im Erdinneren (PEM)



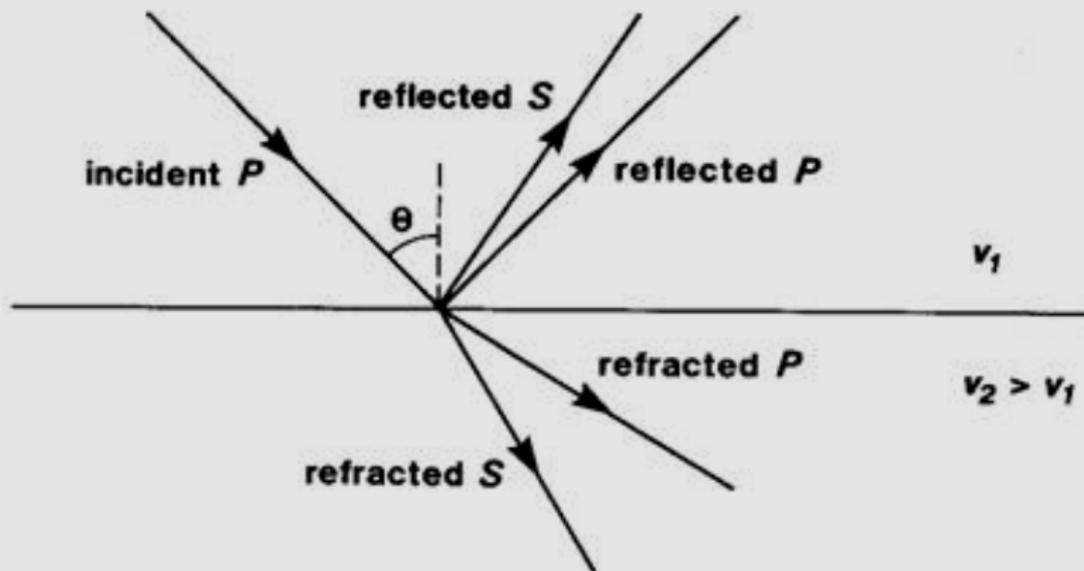
## Typische P-Wellen-Geschwindigkeiten in der Erdkruste

Medium	$v_p$ [ $\frac{\text{km}}{\text{s}}$ ]
Verwitterungszone	0.1–0.5
Sand (trocken)	0.3–0.6
Sand (wassergesättigt)	1.3–1.8
Sandstein	1.8–4
Steinkohle	1.6–1.9

Medium	$v_p$ [ $\frac{\text{km}}{\text{s}}$ ]
Ton	1.2–2.8
Tonstein	2.2–4.2
Kalkstein	3–6
Halit	4.5–6.5
Granit	5–6.5

## Reflexion und Brechung

Einfachster Fall: ebene Wellen in zwei homogenen Halbräumen mit unterschiedlichen Eigenschaften ( $K$ ,  $\mu$ ,  $\rho$ )



Quelle: University College London

## Reflexion und Brechung

Allgemeine Form des Brechungsgesetzes:

Horizontale Langsamkeit bleibt bei Brechung und Reflexion konstant.

- Die horizontale Geschwindigkeit bleibt nicht konstant!
- Die Erhaltung der horizontalen Langsamkeit ist der Hauptgrund, warum in der Seismologie der Begriff der Langsamkeit gegenüber der Geschwindigkeit bevorzugt wird.
- Die Berechnung der Amplituden ist kompliziert und nicht durch einfache Gesetzmäßigkeiten beschreibbar.

## Polarisation von S-Wellen

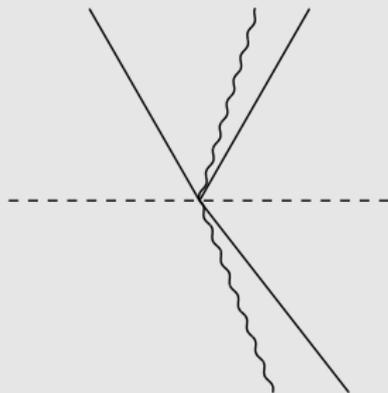
- Die Richtung der Partikelbewegung ist bei P-Wellen eindeutig durch die Ausbreitungsrichtung festgelegt.
- Bei S-Wellen erfolgt die Partikelbewegung in irgendeiner Richtung senkrecht zur Ausbreitungsrichtung. Spezialfälle:
  - Horizontal polarisiert** (SH-Welle): Partikelbewegung in der Ebene der Grenzfläche
  - Vertikal polarisiert** (SV-Welle): Partikelbewegung senkrecht zu der der SH-Welle

## Reflexion und Brechung

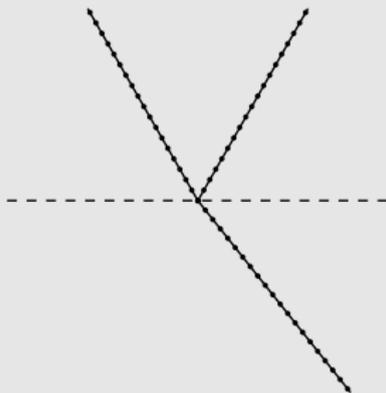
Die Umwandlung von Wellen und die Amplituden hängen von der Polarisation der beteiligten S-Wellen ab.

- P- und SV-Wellen mischen sich.
- SH-Welle ist unabhängig von P- und SV-Wellen.

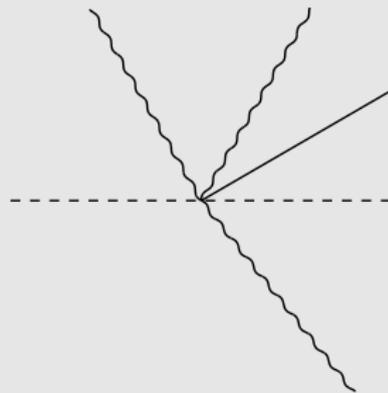
einfallende P-Welle



einfallende SH-Welle



einfallende SV-Welle



## Wellenausbreitung bei kontinuierlicher Variation der Geschwindigkeit

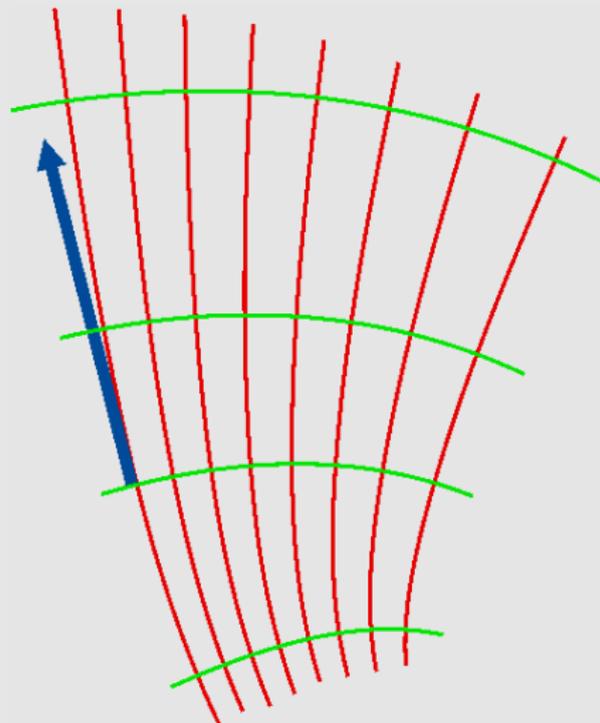
Verallgemeinerung gegenüber der ebenen Welle:

**Wellenfronten** sind nicht mehr parallel und keine Ebenen mehr.

**Ausbreitungsrichtung** ( $\vec{s}$ ) ändert sich kontinuierlich und ist senkrecht zu den Wellenfronten.

**Strahlen** sind Linien in Richtung der Ausbreitung und keine Geraden mehr.

Keine Reflexion und keine Umwandlung zwischen P- und S-Wellen im Grenzfall kleiner Wellenlängen.



Quelle: Wikipedia, © ???

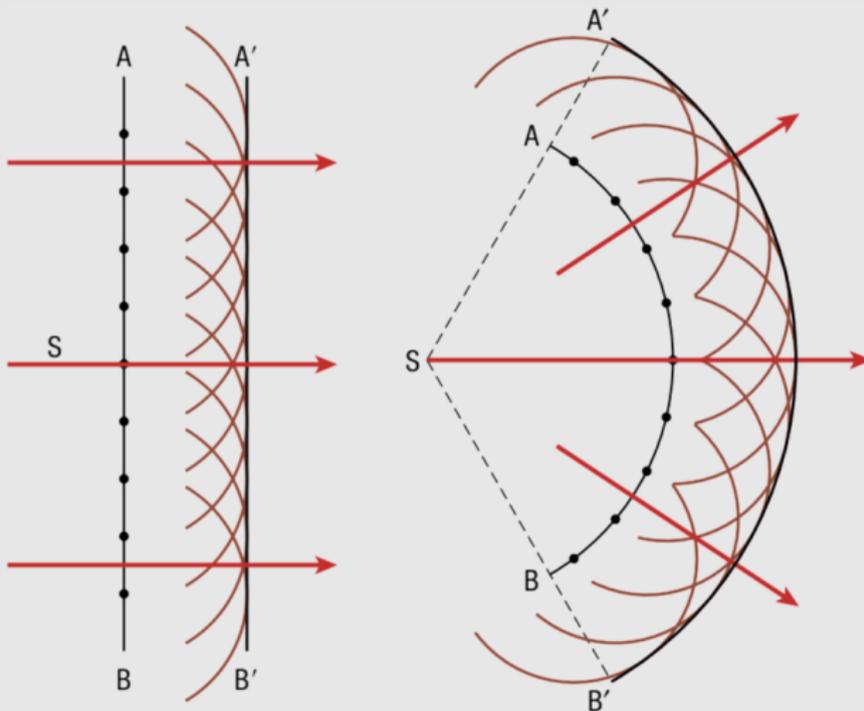
## Geometrische und numerische Lösungsansätze

**Numerische Lösung der Eikonalgleichung:** berechnet für jeden Ort die Zeit, die die Welle von der Quelle zu diesem Ort benötigt.

**Huygens-Prinzip:** Geometrische Konstruktion von Wellenfronten.

**Strahlenoptik (Ray Tracing)** berechnet einzelne Strahlen.

## Konstruktion von Wellenfronten – Huygens-Prinzip



Quelle: WillowWood Lessons

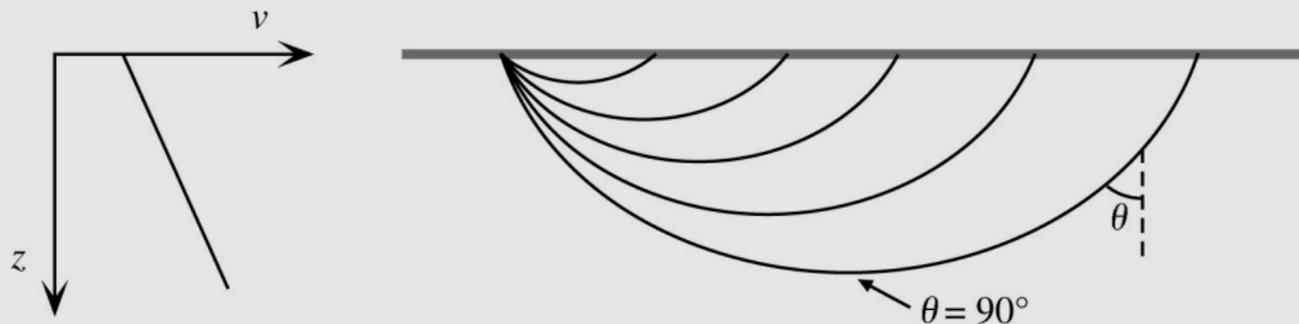
## Strahlenoptik

Horizontale Langsamkeit bleibt entlang eines Strahls konstant.

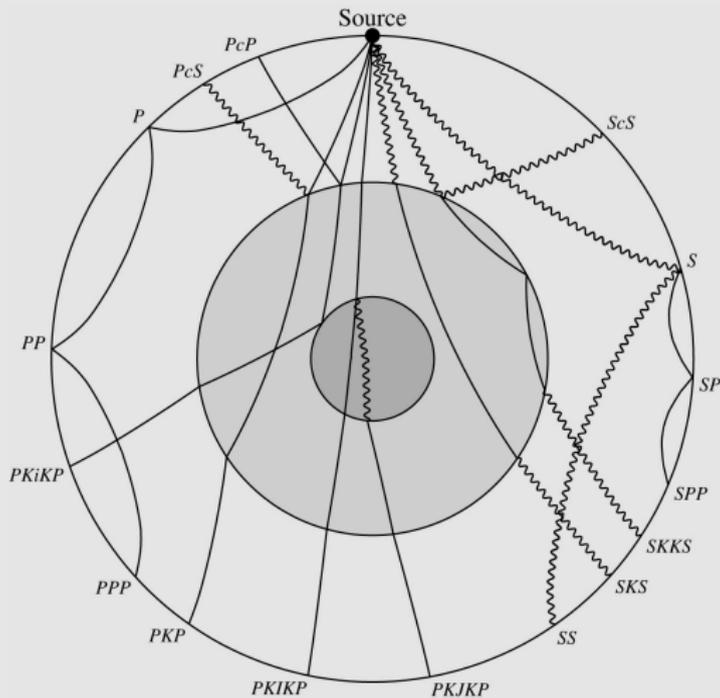


Kontinuierliche Brechung in Richtung geringerer Geschwindigkeit

Beispiel: gleichmäßiger Anstieg der Geschwindigkeit mit der Tiefe

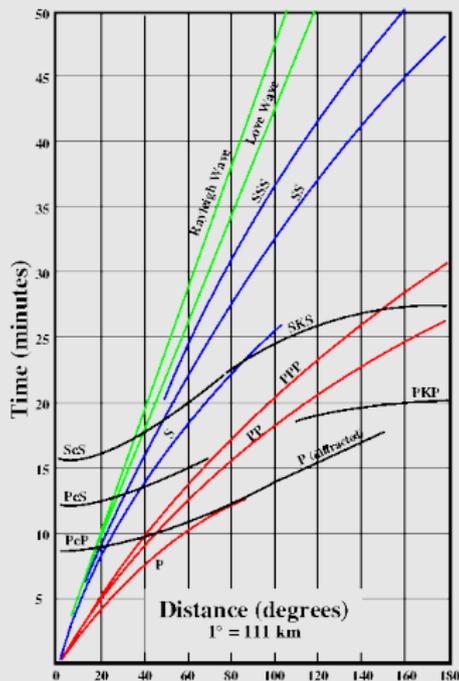


## Nomenklatur der verschiedenen Wellen

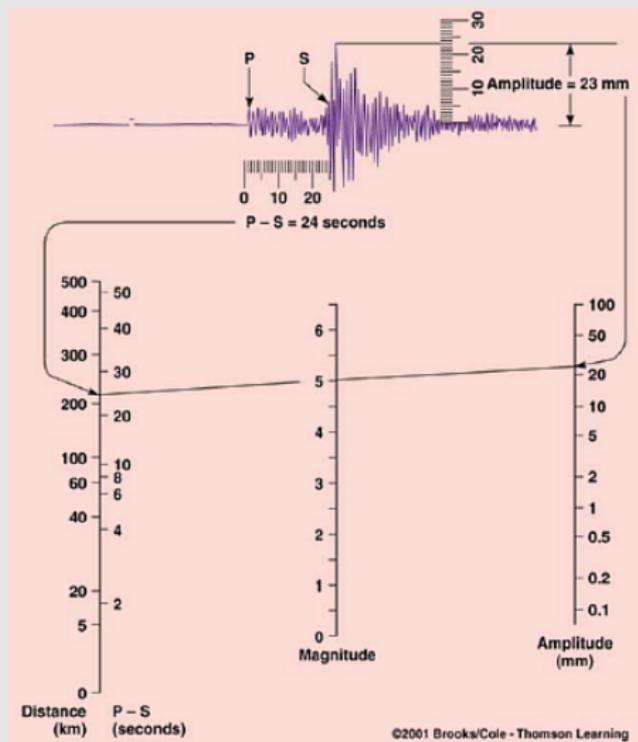


Quelle: Shearer, Introduction to Seismology

## Laufzeitkurven und Lokalisierung von Erdbeben



Quelle: Southern Arizona Seismic Observatory



## Grenzflächenwellen

Brechung und Reflexion an einer ebenen Schichtgrenze:

Alle Wellen haben dieselbe horizontale Langsamkeit  $s_h$  wie die einfallende Welle.

Wenn  $s_h > s = \frac{1}{v}$ :

- Gebrochene oder reflektierte Welle kann sich nicht ins Medium ausbreiten.
- Läuft mit der Geschwindigkeit  $\frac{1}{s_h}$  an der Schichtgrenze entlang.
- Amplitude fällt exponentiell mit dem Abstand von der Schichtgrenze ab.
- Welle wird als Grenzflächenwelle bezeichnet.

## Grenzflächenwellen

**Einfallende SH-Welle:** gleiche Partikelbewegung auch bei der SH-Grenzflächenwelle

**Einfallende P- oder SV-Welle:**

- elliptische Partikelbahnen
- prograde Rotation im unteren Halbraum, retrograd im oberen Halbraum

Beispiele für einfallende SV-Welle an der Kruste-Mantel-Grenze:

$$\theta = 20^\circ, \theta = 30^\circ, \theta = 40^\circ, \theta = 70^\circ$$

## Grenzflächenwellen vs. Oberflächenwellen

### Grenzflächenwellen:

- Durch einfallende (und andere gebrochene und reflektierte) Wellen angetrieben.
- Ausbreitungsgeschwindigkeit passt sich der horizontalen Langsamkeit der einfallenden Welle an.

### Oberflächenwellen:

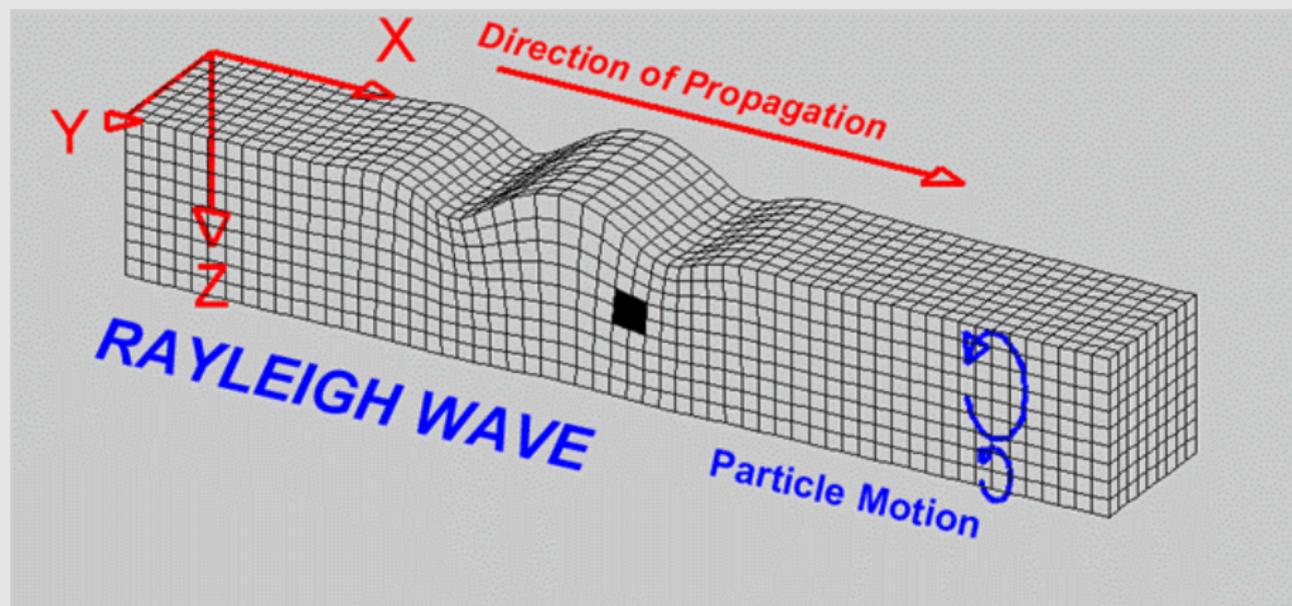
- Eines der beiden Medien fehlt (Luft); freie Oberfläche.
- Keine antreibende Welle.
- Im homogenen Halbraum nur möglich mit spezieller Kombination von P- und SV-Grenzflächenwelle bei bestimmter Geschwindigkeit.



Rayleigh-Welle

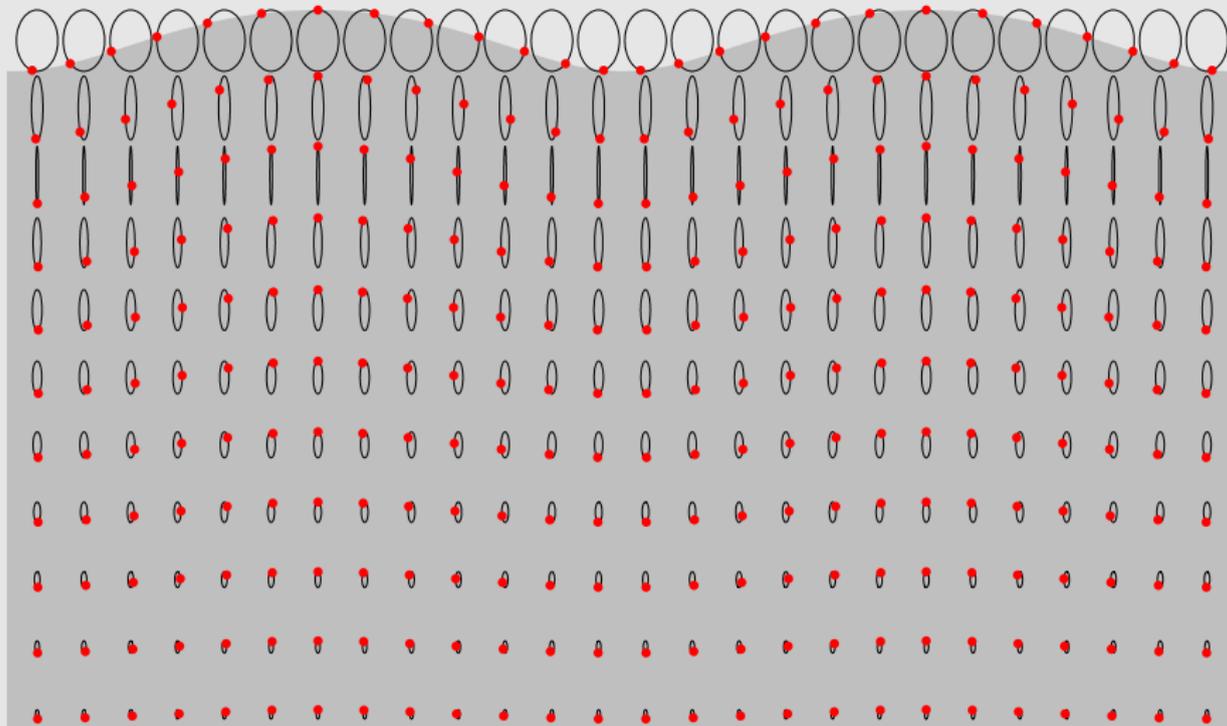
## Die Rayleigh-Welle

Benannt nach J. W. Strutt (3. Lord Rayleigh).



Quelle: L. Braille, Purdue University

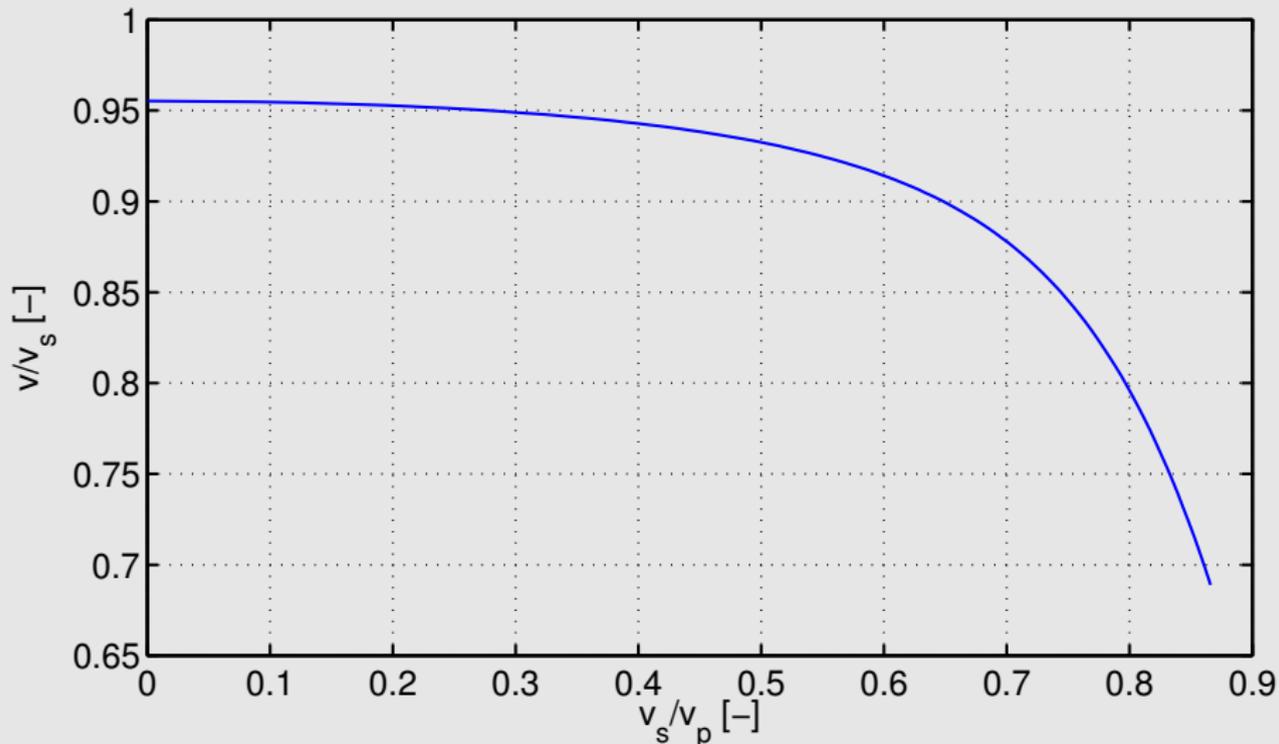
## Die Rayleigh-Welle



## Die Rayleigh-Welle

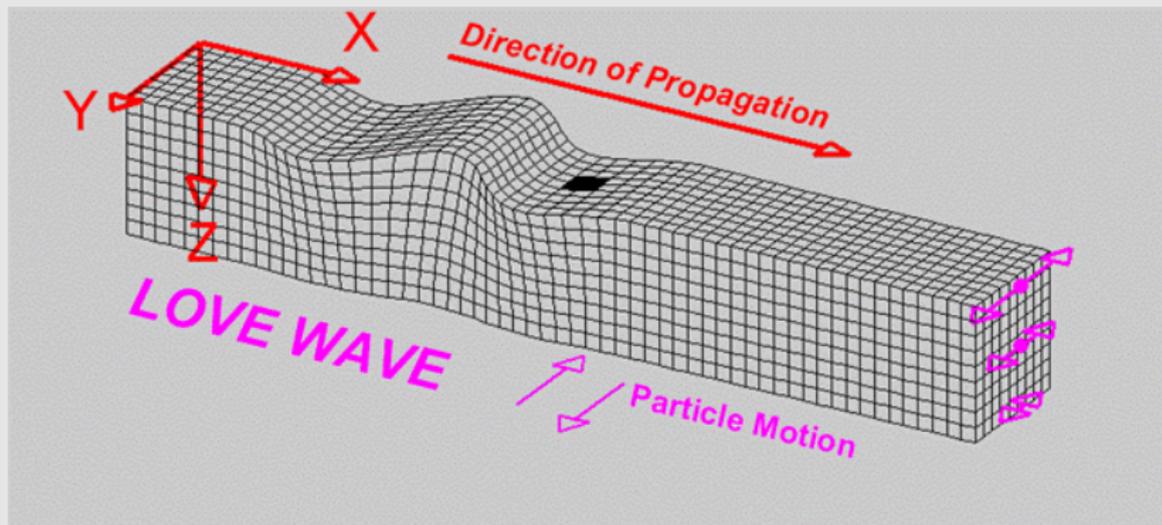
- Retrograde elliptische Partikelbewegung im oberflächennahen Bereich.
- Ellipsen werden schmaler mit wachsender Tiefe und kehren in einer bestimmten Tiefe ihre Richtung um.
- Prograde elliptische Partikelbewegung im tiefen Bereich.
- Eindringtiefe ist proportional zur Wellenlänge.

## Ausbreitungsgeschwindigkeit der Rayleigh-Welle



## Die Love-Welle

- Benannt nach A. E. H. Love.
- Identisch mit SH-Grenzflächenwelle.
- Nur möglich, wenn  $v_s$  mit der Tiefe zunimmt.

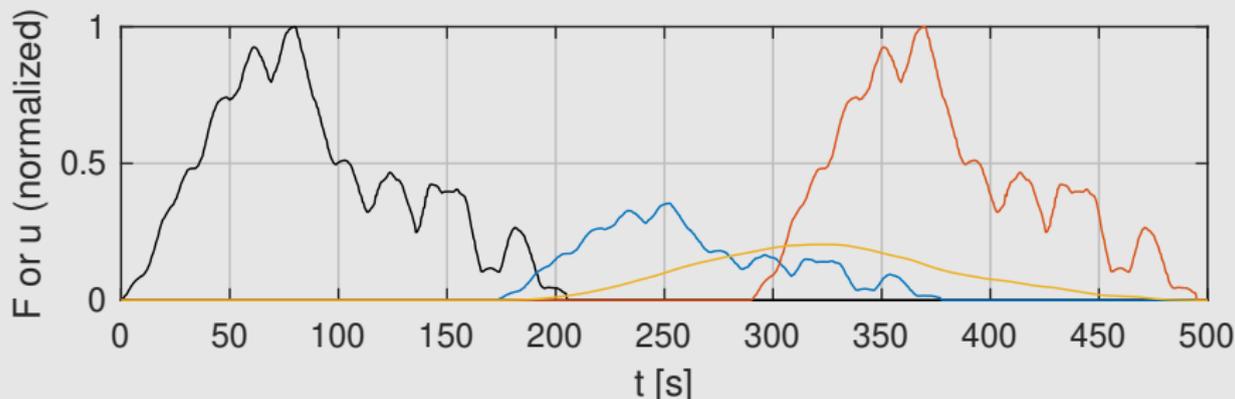


## Verschiebungsfeld einer einzelnen Kraft

Annahmen:

- Homogenes Medium mit Parametern  $K$ ,  $\mu$ ,  $\rho$  (wie bei der ebenen Welle).
- Zeitabhängige Kraft  $\vec{F}(t)$  wirkt im Koordinatenursprung ( $\vec{x} = \vec{0}$ ).

Verschiebung  $\vec{u}(\vec{x}, t)$  setzt sich aus 3 Anteilen zusammen:



## Verschiebungsfeld einer einzelnen Kraft

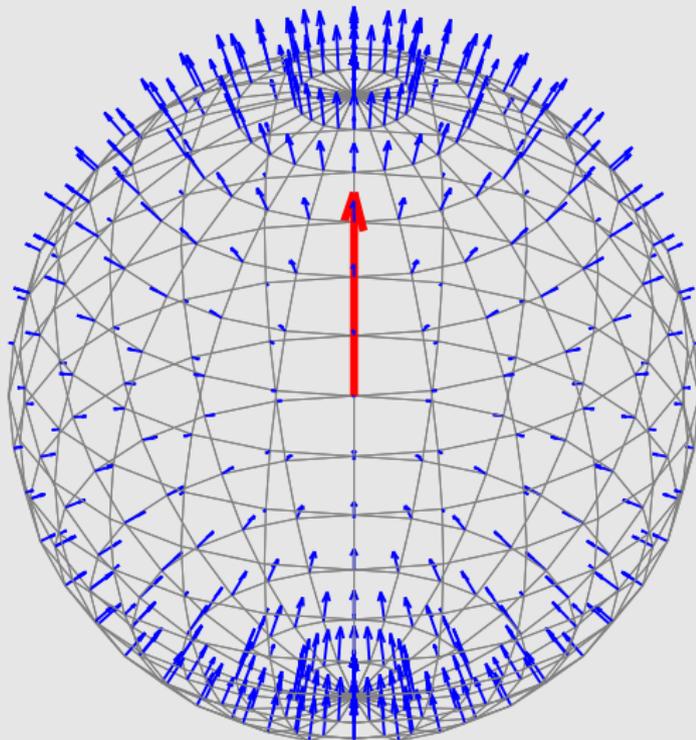
### 1. Anteil

- Folgt dem zeitlichen Verlauf der Kraft um  $s_p|\vec{x}|$  verzögert.



Breitet sich mit  $v_p$  aus.

- Verschiebung  $\vec{u}$  in radiale Richtung.



## Verschiebungsfeld einer einzelnen Kraft

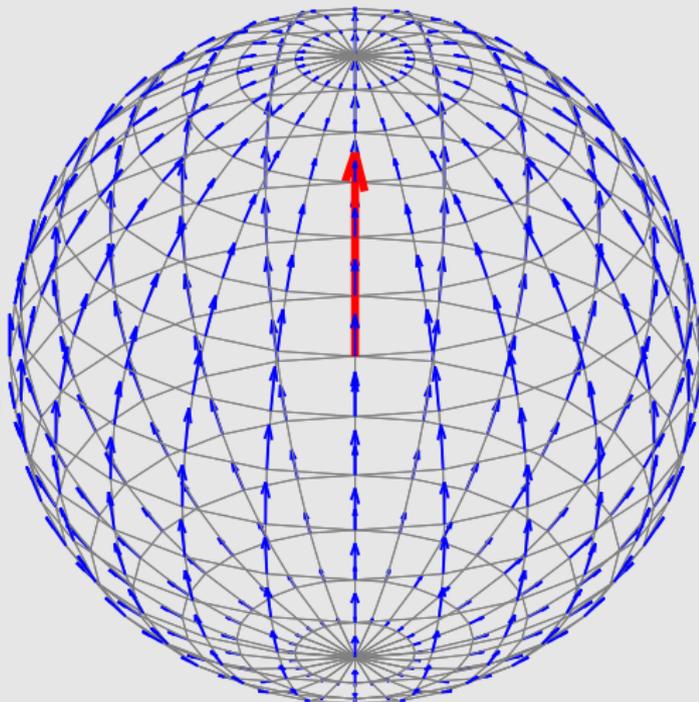
### 2. Anteil

- Folgt dem zeitlichen Verlauf der Kraft um  $s_s |\vec{x}|$  verzögert.



Breitet sich mit  $v_s$  aus.

- Verschiebung  $\vec{u}$  in tangentielle Richtung.
- Stärker als 1. Anteil.



## Verschiebungsfeld einer einzelnen Kraft

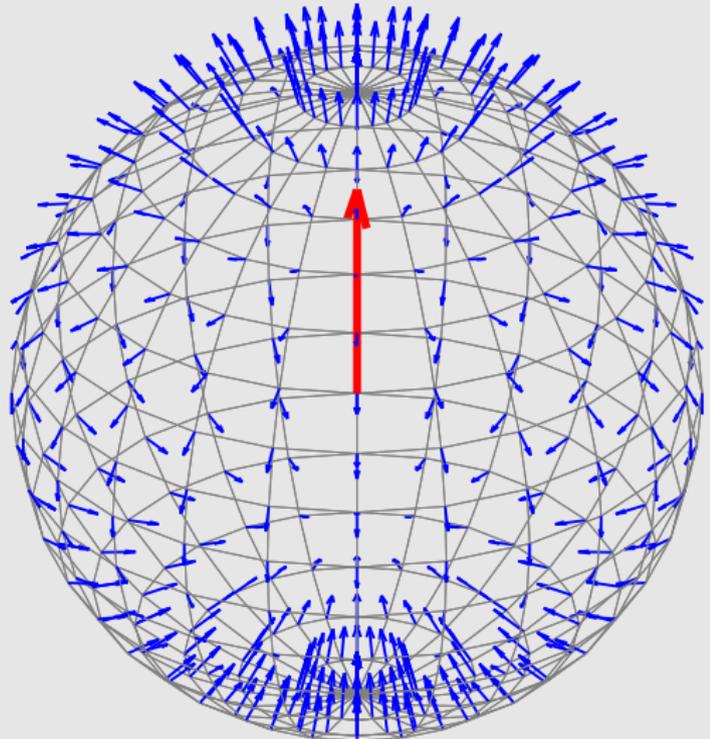
### 3. Anteil

- Folgt den zeitlichen Verlauf der Kraft stark geglättet.



Langsame, gleichmäßige Verschiebung.

- Beginnt mit dem Einsetzen des 1. Anteils.
- Endet mit dem Ende des 2. Anteils.
- Verschiebungsmuster wie



## Kräftepaare

Einzelne Kraft verursacht insgesamt eine Verschiebung in Richtung der Kraft.



nicht möglich



Erdbeben bestehen aus (mindestens) einem Paar gleich großer, entgegengesetzter Kräfte  $\vec{F}$  and  $-\vec{F}$ , welche um einen kleinen Versatz  $\vec{a}$  verschoben angreifen (bei  $\frac{\vec{a}}{2}$  und  $-\frac{\vec{a}}{2}$  statt im Koordinatenursprung).

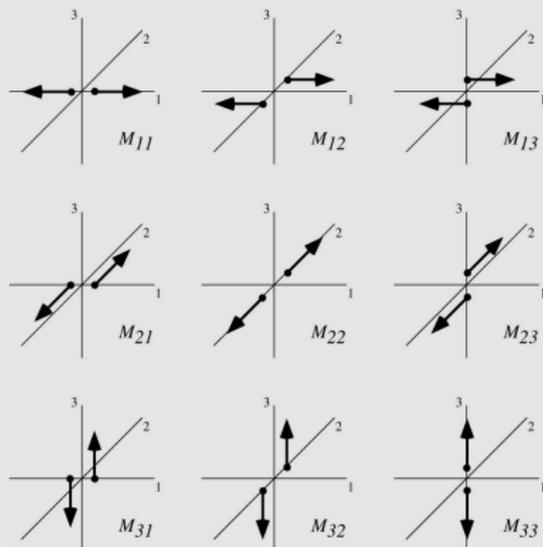
## Der Momententensor

Definition:

$$\begin{aligned}
 M(t) &= \vec{F}(t) \otimes \vec{a} = \vec{F}(t) \vec{a}^T \\
 &= \begin{pmatrix} F_1 a_1 & F_1 a_2 & F_1 a_3 \\ F_2 a_1 & F_2 a_2 & F_2 a_3 \\ F_3 a_1 & F_3 a_2 & F_3 a_3 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

für  $\vec{a} \rightarrow 0$  (dabei passend  $\vec{F} \rightarrow \infty$ )

Einheit: Nm

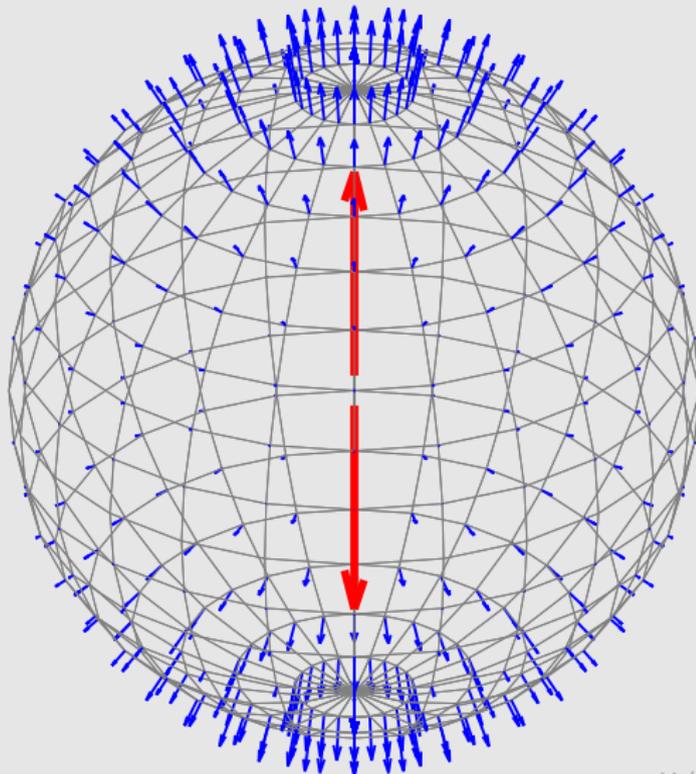


Quelle: Shearer, Introduction to Seismology

## Abstrahlungscharakteristiken verschiedener Momententensoren

P-Wellen für

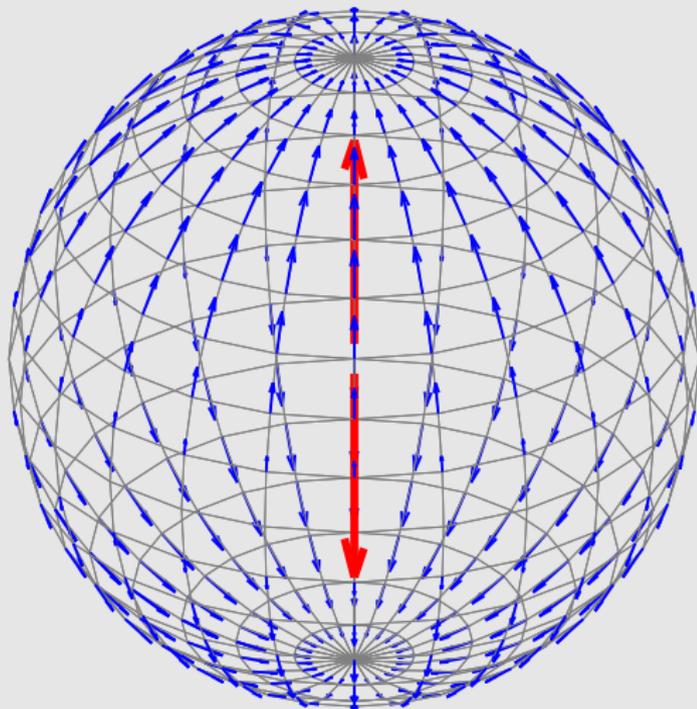
$$M \sim \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



## Abstrahlungscharakteristiken verschiedener Momententensoren

S-Wellen für

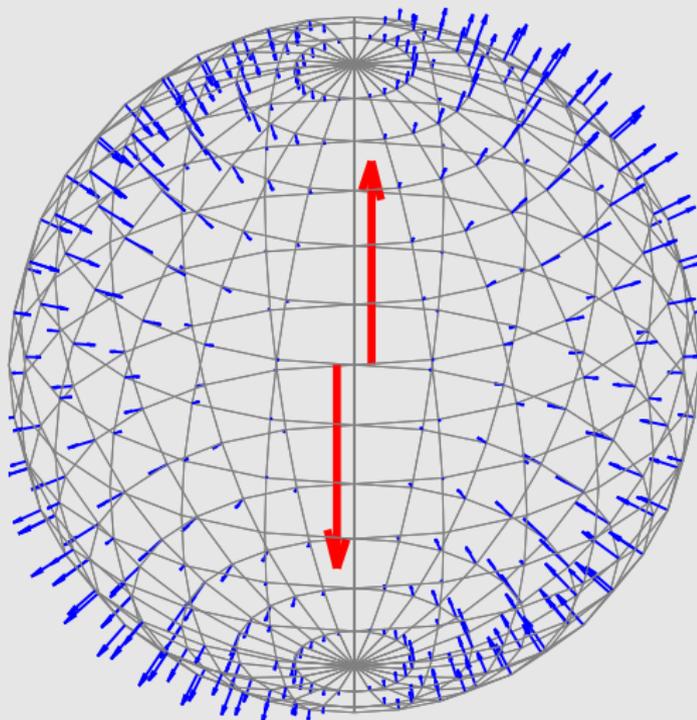
$$M \sim \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



## Abstrahlungscharakteristiken verschiedener Momententensoren

P-Wellen für

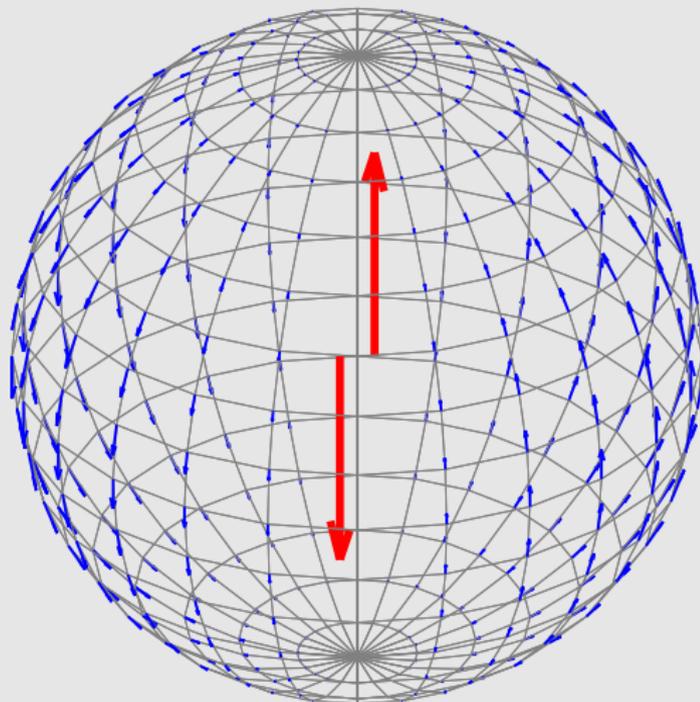
$$M \sim \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



## Abstrahlungscharakteristiken verschiedener Momententensoren

S-Wellen für

$$M \sim \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



## Symmetrie des Momententensors

Nicht-symmetrische Momententensoren verursachen eine bleibende Drehung des Mediums.



$M$  muss symmetrisch sein:  $M^T = M$ ,  $M_{ji} = M_{ij}$ .

## Die Spur des Momententensors

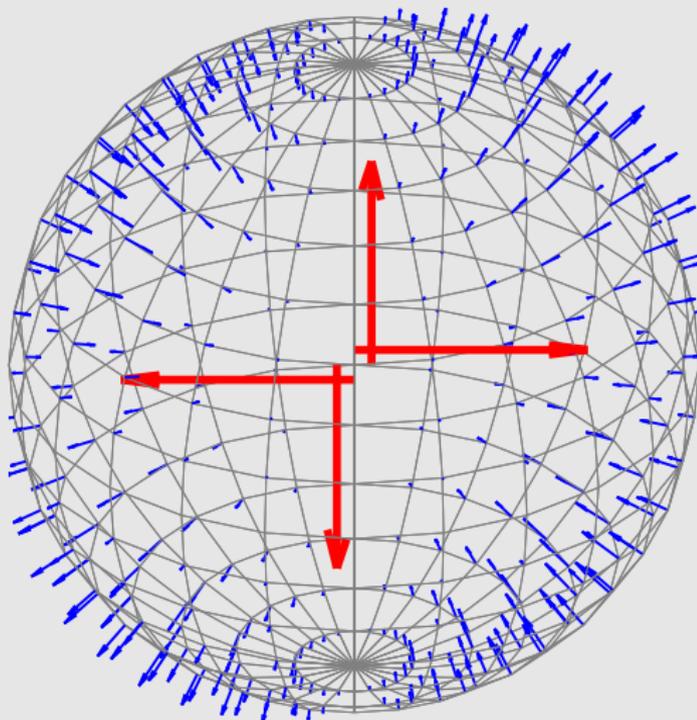
$\text{tr}(M) = M_{11} + M_{22} + M_{33}$  definiert den Grundtyp der seismischen Quelle:

$$\text{tr}(M) \begin{cases} > 0 & : \text{Explosion} \\ = 0 & : \text{Erdbeben im engeren Sinn} \\ < 0 & : \text{Implosion} \end{cases}$$

## Abstrahlungscharakteristiken verschiedener Momententensoren

P-Wellen für

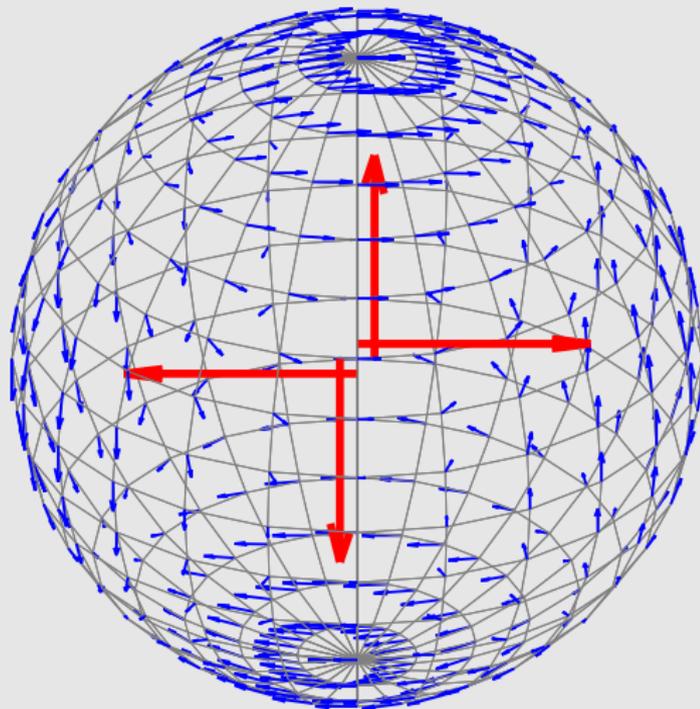
$$M \sim \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



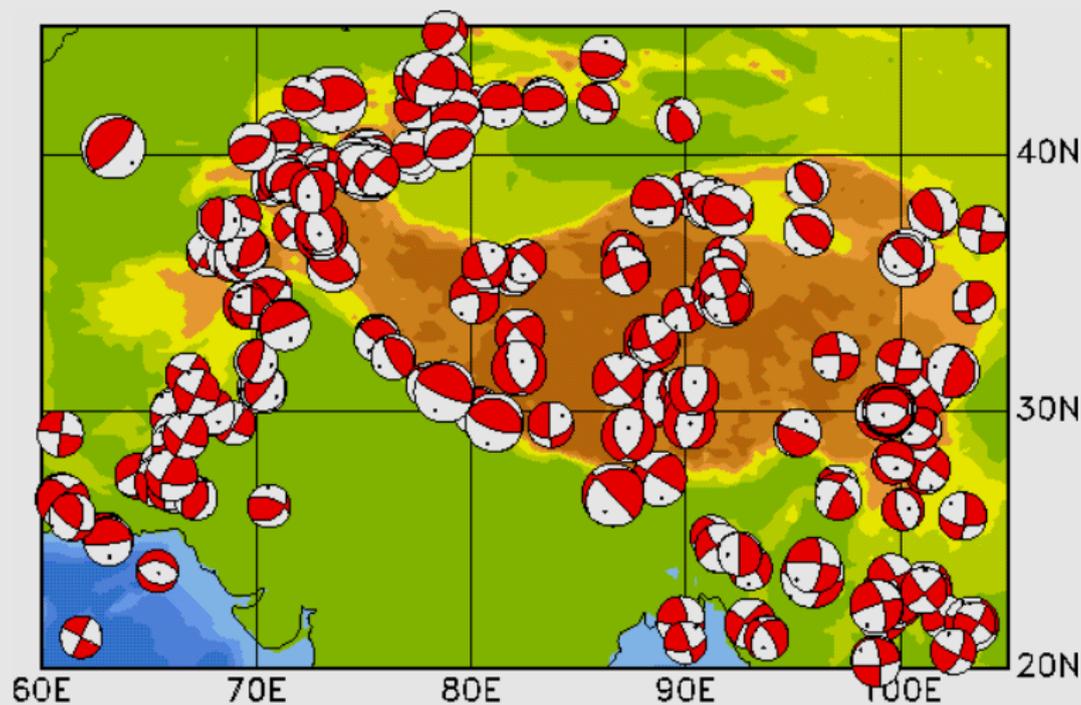
## Abstrahlungscharakteristiken verschiedener Momententensoren

S-Wellen für

$$M \sim \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

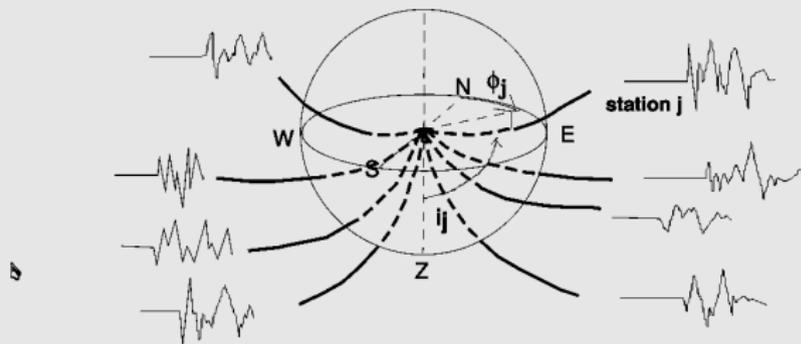


## Herdkugeln

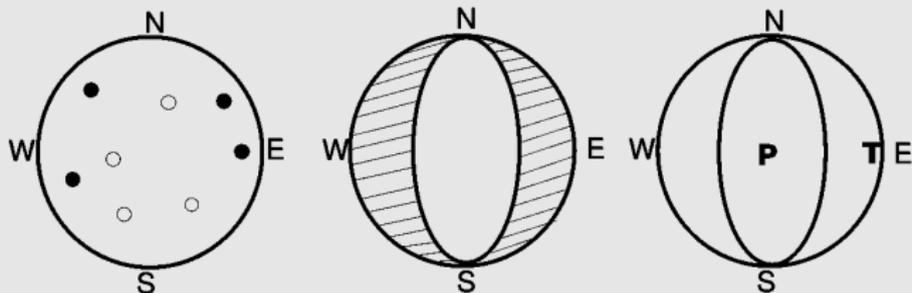


Quelle: Earthquake-Report.com

## Herdkugeln



(I)



Quelle: Dissertation A. Belmonte-Pool, FU Berlin

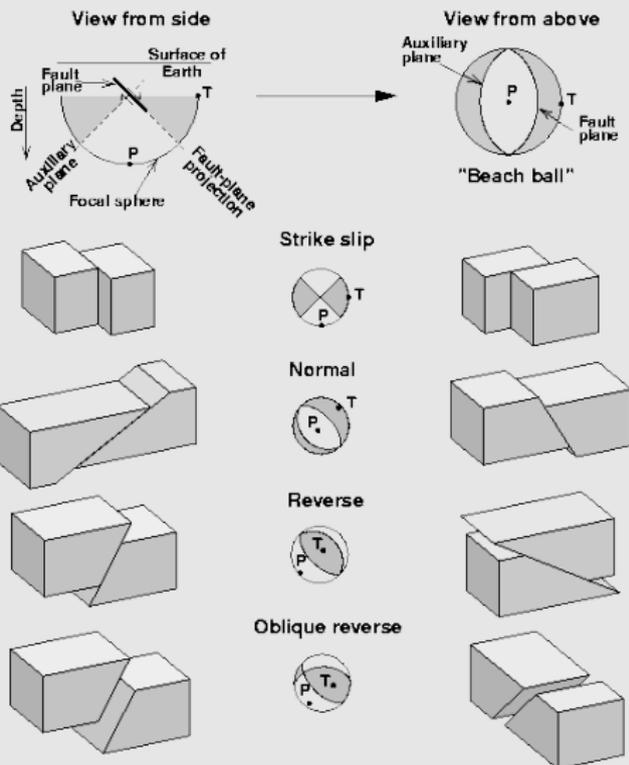
## Herdkugeln

- Richtungen, in denen die P-Welle zuerst mit Kompression ankommt, d. h.,

$$(M\vec{x}) \cdot \vec{x} > 0,$$

werden eingefärbt.

- Richtungen, in denen die P-Welle zuerst mit Dilatation ankommt, bleiben weiß.
- Projektion der unteren Halbkugel wird dargestellt.



Quelle: US Geological Survey

## Das skalare seismische Moment

Für

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & M_0 \\ 0 & 0 & 0 \\ M_0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(o. ä.), ist  $M_0$  [Nm] das (skalare) seismische Moment.

Allgemein für

$$M = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & 0 \\ 0 & 0 & M_3 \end{pmatrix}$$

mit  $M_1 \geq M_2 \geq M_3$  (Eigenwerte von  $M$ ):

$$M_0 = \frac{M_1 - M_3}{2}$$

## Das skalare seismische Moment

Alternative Interpretation des seismischen Moments:

$$M_0 = \mu A \bar{u}$$

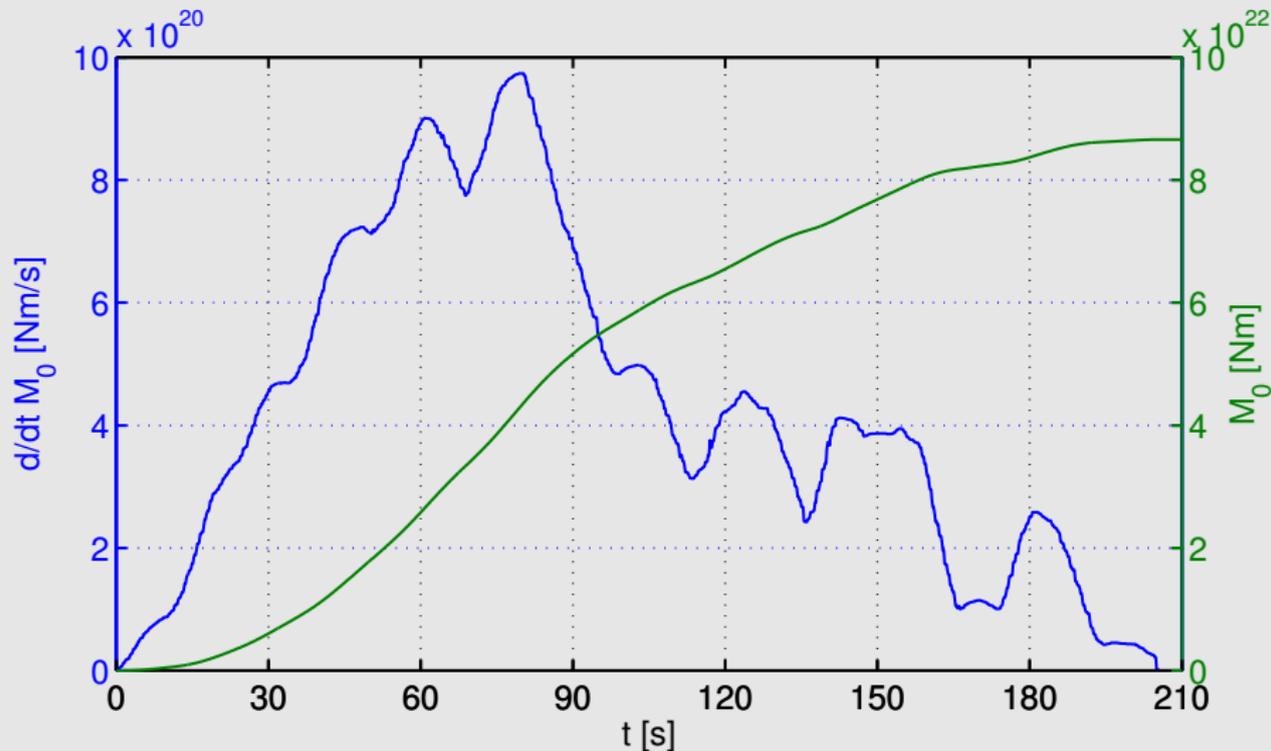
mit

$\mu$  = Schermodul [Pa]

$A$  = Größe der Bruchfläche [m<sup>2</sup>]

$\bar{u}$  = mittlerer Versatz entlang der Bruchfläche [m]

## Seismisches Moment eines starken Erdbebens (Alaska 1964)



## Permanenter Versatz und Amplitude des seismischen Wellen

Permanenter Versatz:

$$u \sim \text{[ ]} \quad \text{für } |\vec{x}| \rightarrow \infty$$

Amplitude der Wellen:

$$u \sim \text{[ ]} \quad \text{für } |\vec{x}| \rightarrow \infty$$

## Intensität und Magnitude

**Intensität:** Stärke eines Erdbebens durch seine Auswirkungen auf die Erdoberfläche, Infrastruktur und Menschen

- Üblicherweise römische Ziffer
- Grundlage: 12-teilige (ursprünglich 10-teilige) Skala von I (unmerklich) bis XII (große Katastrophe) nach G. Mercalli (1850–1914)
- Zahlreiche Erweiterungen / Verfeinerungen, z. B. EMS-98-Skala (European Macroseismic Scale)

**Magnitude:** Stärke eines Erdbebens auf Basis physikalischer Messgrößen

- Üblicherweise arabische Zahlen mit einer Nachkommastelle
- Verschiedene Magnitudendefinitionen in Gebrauch
- Logarithmisch

## Grundsätzliche Definition von Erdbebenmagnituden

Aus jeder physikalische Messgröße  $X$ , welche die Stärke eines Erdbebens beschreibt, z. B.

- gesamtes seismisches Moment  $M_0$ ,
- maximale Bodenverschiebung  $|\vec{u}|_{\max}$  an der Erdoberfläche,
- freigesetzte Energie,
- Dauer des Erdbebens

lässt sich eine Magnitude  $M_X$  gemäß

$$M_X = e \log_{10} \left( \frac{X}{X_0} \right)$$

definieren.

## Grundsätzliche Definition von Erdbebenmagnituden

- $X_0$  legt fest, welchem Messwert der Magnitudenwert 0 entspricht.
- Alle Magnitudendefinitionen sind logarithmisch:

$$X \mapsto fX \quad \rightarrow \quad M_X \mapsto M_X + e \log_{10} f$$

Der Faktor  $e$  legt fest, um wieviel  $M_X$  steigt, wenn  $X$  verzehnfacht wird (meist  $e = 1$ ).

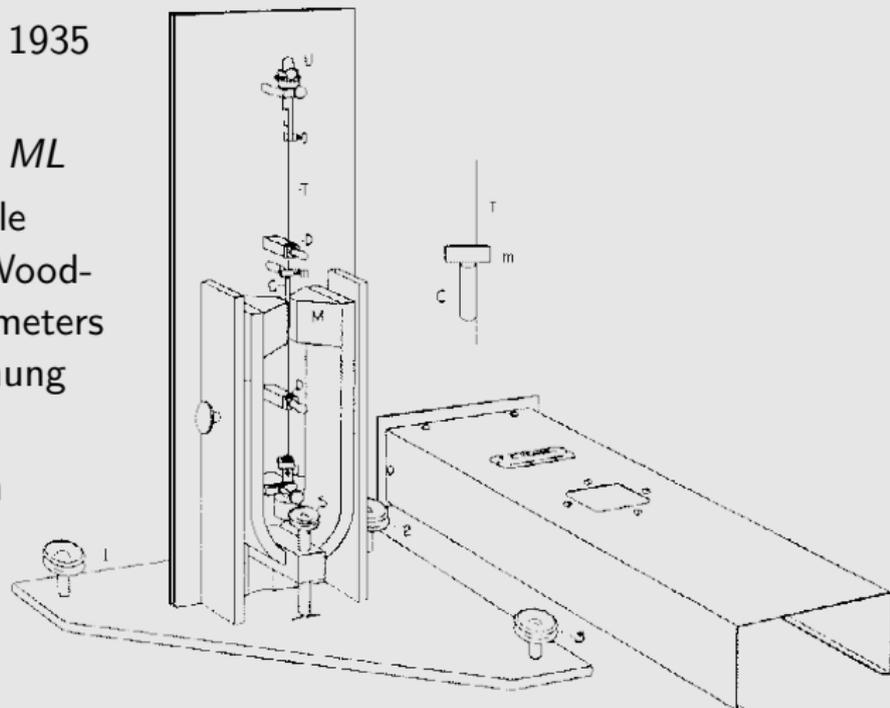
- $X_0$  und  $e$  werden so gewählt, dass verschiedene Magnitudendefinitionen im Durchschnitt möglichst gut übereinstimmen.

## Ober- und Untergrenzen von Erdbebenmagnituden

- Alle Magnitudenskalen sind grundsätzlich nach oben und unten offen.
- Die faktischen Obergrenzen ergeben sich aus der Größe der maximal in der Lithosphäre möglichen Bruchflächen und durch das Frequenzspektrum der von Erdbeben abgestrahlten Wellen.
- Negative Magnituden sind möglich. Der Nullpunkt ist willkürlich und spiegelt wider, was zur Zeit der ersten Magnitudendefinition (C. F. Richter, 1935) als sinnvolle Nachweisgrenze galt.

## Die Lokalmagnitude (Richterskala)

- Von C. F. Richter 1935 eingeführt.
- Symbol:  $M_L$  oder  $ML$
- $X$  ist der maximale Ausschlag eines Wood-Anderson-Seismometers in 100 km Entfernung vom Epizentrum.
- $e = 1$ ,  $X_0 = 1 \mu\text{m}$



## Die Oberflächenwellenmagnitude

- Symbol:  $M_S$  oder  $MS$
- Ursprüngliche Definition (B. Gutenberg 1945):  $X$  = maximale horizontale Bodenverschiebung im Periodenbereich von 18 s bis 22 s.
- Seit 1962 modifizierte Definition mit Berücksichtigung aller Oberflächenwellen.

## Raumwellenmagnituden

- $X$  ist die maximale Amplitude von P- und S-Wellen.
- Zwei signifikant verschiedene Definitionen in Gebrauch.
- Symbole:  $m_B$ ,  $mB$ ,  $m_b$ ,  $mb$ ,
- $m_b$  bzw.  $mb$  berücksichtigt nur recht hochfrequente Komponenten und unterscheidet sich stark von anderen Magnitudendefinitionen.
- Hauptsächlich verwendet zur Charakterisierung sehr tiefer Erdbeben.

## Die Momenten-Magnitude

- Von H. Kanamori 1977 eingeführt.
- $X = M_0 =$  skalares seismisches Moment.
- $e = \frac{2}{3}$ ,  $X_0 = 1.4 \times 10^9 \text{ Nm}$



$$M_W = \frac{2}{3} \log_{10} M_0 - 6.1$$

mit  $M_0$  in Nm.

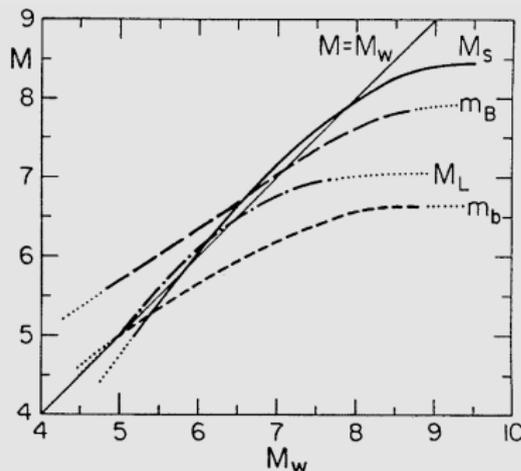
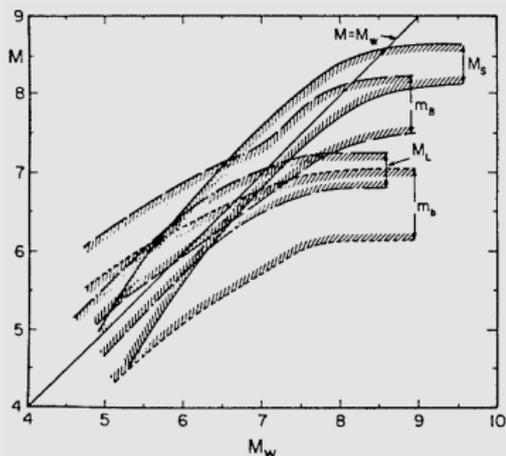
- Charakterisiert eher die Stärke des Erdbebens am Erdbebenherd als die abgestrahlten seismischen Wellen.



Eher eine tektonische als eine seismologische Magnitudenskala.

## Sättigung

- Alle Magnituden auf Basis seismischer Wellen sind für starke Erdbeben kleiner als die Momenten-Magnitude.
- Liegt daran, dass der Zuwachs an seismischem Moment bei starken Erdbeben aus sehr langsamen Schwingungen besteht.



Source: Bormann (ed), New Manual of Seismological Observatory Practice